

**МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РФ**

**Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования «Мордовский государственный педагогический  
институт имени М. Е. Евсевьева»**

**ПРОГРАММА ВСТУПИТЕЛЬНОГО ИСПЫТАНИЯ  
В МАГИСТРАТУРУ ПО НАПРАВЛЕНИЮ ПОДГОТОВКИ  
44.04.01 ПЕДАГОГИЧЕСКОЕ ОБРАЗОВАНИЕ**

Профиль  
**«Математическое образование»**

Саранск 2017

## ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА

Программа вступительного испытания в магистратуру составлена в соответствии с требованиями, устанавливаемыми государственным образовательным стандартом подготовки магистров по направлению 44.04.01 Педагогическое образование (квалификация (степень) «магистр»).

**Целью** вступительного испытания является определение готовности выпускника-бакалавра / специалиста к продолжению обучения в магистратуре, выявление уровня его профессиональных компетенций, а также степени сформированности методического мышления, необходимого для успешной работы в школе и вузе.

Программа вступительного испытания интегрирует четыре самостоятельные учебные дисциплины: «Алгебра», «Геометрия», «Математический анализ», «Теория и методика обучения математике».

На вступительном испытании поступающие в магистратуру должны проявить профессиональные компетенции: общекультурные, общепрофессиональные, специальные, что должно отразиться в их представлениях:

- о синтезе математики, теории и методике ее познания (исследования);
- о математике как науке и составной части культуры;
- о закономерностях развития математической науки в соотношении с закономерностями исторического процесса;
- о разных научных подходах к анализу методических ситуаций;
- о методологических основах современного математического образования в школе;
- об истории отечественной методической мысли, об исторической смене средств, форм, методов и приемов обучения математике.

Поступающие в магистратуру должны

### **знать:**

#### *1. Алгебра:*

- основные понятия алгебры (группа, кольцо, поле, векторное пространство, линейная алгебра);
- основные понятия теории чисел (система натуральных чисел, простые числа, делимость, сравнения и их приложения);
- основные числовые системы и способы их построения;
- методы решения систем линейных уравнений.

#### *2. Геометрия:*

- аксиоматический метод построения геометрии;
- различные группы преобразований плоскости;
- сущность векторного и координатного методов на плоскости и в пространстве;
- основы теории изображений плоских и пространственных фигур (в параллельной проекции);
- определение и примеры топологических многообразий;
- основные свойства линий и поверхностей в евклидовом пространстве.

### 3. Математический анализ:

- основные понятия теории множеств;
- действительные числа и их свойства;
- понятие функции, способы её задания, элементарные функции и их классификацию;
- основные понятия теории пределов, методы вычисления пределов;
- основные понятия дифференциального исчисления (производная, дифференциал), правила вычисления производной и дифференциала;
- основные понятия интегрального исчисления (первообразная, неопределенный интеграл, определенный интеграл), методы вычисления интеграла;
- основные понятия теории рядов и методы исследования рядов на сходимость;
- простейшие дифференциальные уравнения и методы их решения;
- основные понятия теории функций комплексной переменной.

### 4. Теория и методика обучения математике

- значение математики в современном мире и в России;
- историю становления математики как науки и как учебного предмета, историю методики обучения математике как науки;
- теоретические основы математического образования школьников, его содержания и этапов;
- методику формирования математических понятий;
- методику изучения теорем и обучения их доказательству;
- методику обучения решению математических задач;
- проблемы развития математического образования в России (проблемы мотивационного характера; проблемы содержательного характера; проблемы дифференциации обучения и др.)
- современные проблемы теории и методики обучения математике (использования междисциплинарных связей для усиления мировоззренческой основы школьной математики; усвоения метапредметных, личностных и предметных результатов при обучении математике; выбора программ, концепций, технологий уроков на разных этапах математического образования школьников; формирования нового типа взаимоотношений между учителем и учащимся, воспитания творческой личности; поиска инновационных средств обучения математике и др.);
- методику, технологии проведения и анализа урока математики, внеклассной и внешкольной работы, факультативных занятий и элективных курсов;
- нормы оценки знаний, умений и навыков учащихся по математике;
- современные средства оценивания результатов обучения математике – тестирование, мониторинг, рейтинг, итоговая аттестация в форме ЕГЭ;

#### **уметь:**

- применять методы алгебры, геометрии, математического анализа к решению математических задач и задач из других научных областей;
- определять место методики обучения математике в системе педагогических наук, методы ее исследования и практическое значение;

- выражать цели школьной математики и позиции современных требований к математическому образованию;
- характеризовать систему формируемых в школе математических знаний, их взаимосвязи, последовательность развития от темы к теме, от класса к классу;
- объяснять особенности построения, содержания и методического аппарата современных учебников математики;
- объяснять значение содержания, форм и видов контроля над усвоением содержания, критериев оценки при проверке результатов обучения математике;
- анализировать современный учебно-воспитательный процесс при обучении математике в школе;
- пользоваться профессионально традиционными и инновационными технологиями современного урока математики; методами, приемами, формами обучения математике;
- учитывать и использовать разнообразные межпредметные связи при обучении математике в школе;
- дифференцировать, индивидуализировать процесс обучения математике при использовании различных форм коллективной, групповой и фронтальной работ;
- обобщать опыт работы учителей математики;
- адекватно использовать современные средства оценивания результатов обучения математике;

**владеть:**

- методами решения задач элементарной математики, основных типов и видов задач высшей математики, методами получения информации, необходимой для решения задач, из различных источников;
- способами осмысления и критического анализа научной методической информации, необходимой для качественного обучения, воспитания и развития школьников при обучении математике;
- современной математической и методической терминологией.

## **ФОРМА ВСТУПИТЕЛЬНОГО ИСПЫТАНИЯ И ЕГО ПРОЦЕДУРА**

Вступительные испытания в рамках программы обучения на уровне «Магистр» для абитуриентов из числа лиц, имеющих образование по уровню «Специалиста», «Бакалавра» или «Магистра», осуществляется в форме междисциплинарного комплексного экзамена.

## КРИТЕРИИ ОЦЕНИВАНИЯ ВСТУПИТЕЛЬНЫХ ИСПЫТАНИЙ В МАГИСТРАТУРУ

№ задания	Отметка по 5-балльной шкале	Критерий	Количество итоговых баллов (100-балльная шкала)	Примечание
<b>1-й вопрос</b>	5	Абитуриент правильно и полно ответил на вопрос, изложил материал грамотным языком в определенной логической последовательности, свободно оперировал основными математическими понятиями и терминами, используя математическую символику и геометрические представления. Возможны две неточности при освещении второстепенных вопросов или в выкладках, которые абитуриент исправил по замечанию экзаменатора.	30-21	За две (и более) допущенные неточности при ответе снимается один балл
	4	Абитуриент при ответе на вопрос показал хорошие знания основных терминов, умение формулировать определения понятий, доказывать теоремы, объяснять их геометрический смысл и приводить примеры. Допущены неточности в изложении вопроса.	20-16	За две (и более) допущенные неточности при ответе снимается один балл
	3	Абитуриент не в достаточной степени владеет материалом по вопросу билета. Допущены неточности и ошибки в изложении вопроса и при использовании терминологии. Ответ не последователен, но имеется общее понимание вопроса.	15-11	За каждую допущенную ошибку при ответе снимается один балл
	2	Абитуриент при ответе допустил существенные ошибки, показывающие, что он не владеет обязательными знаниями в полной мере, обнаружил незнание или непонимание большей части материала.	10-6	За каждую допущенную ошибку при ответе снимается один балл
	1	Абитуриент не раскрыл основного содержания вопроса билета, допустил грубые ошибки, которые не исправил после наводящих вопросов экзаменаторов.	5-1	За каждую допущенную ошибку при ответе снимается один балл

	0	Абитуриент отказался отвечать на вопрос билета.	0	
<b>2-й вопрос</b>	5	Ответ на вопрос полный, базируется на современных достижениях теории и методики обучения математике. Абитуриент владеет методикой: формирования математических понятий, изучения теорем, обучения решению математических задач. Возможны не более двух неточностей при освещении второстепенных вопросов или в выкладках, которые абитуриент легко исправил по замечанию экзаменатора.	30-21	За две (и более) допущенные неточности при ответе снимается один балл
	4	Абитуриент владеет теорией и методикой обучения математике. Допущены некоторые неточности в изложении вопроса.	20-16	За две (и более) допущенные неточности при ответе снимается один балл
	3	Абитуриент не в достаточной степени владеет теорией и методикой обучения математике. Допущены неточности и ошибки в изложении вопроса.	15-11	За каждую допущенную ошибку при ответе снимается один балл
	2	Абитуриент не в достаточной степени владеет теорией и методикой обучения математике, при ответе на вопрос допустил грубые ошибки, которые не исправлены после наводящих вопросов экзаменаторов.	10-6	За каждую допущенную ошибку при ответе снимается один балл
	1	Абитуриент имеет начальные представления о методике обучения математике, ответ не полный и не последовательный, логически не выстроен, содержит грубые ошибки.	5-1	За каждую допущенную ошибку при ответе снимается один балл
	0	Абитуриент отказался отвечать на вопрос билета.	0	
<b>3-й вопрос (задача)</b>	5	Абитуриент правильно решил задание, в логических рассуждениях и обосновании решения нет пробелов и ошибок; в решении нет математических ошибок (возможна одна неточность, описка, не являющаяся следствием незнания или непонимания учебного материала), точно ис-	40-31	За две (и более) допущенные неточности при решении снимается один балл

		<p>пользовал математическую терминологию и символику; правильно выполнил рисунки, чертежи, графики.</p> <p>Абитуриент полно обосновал решение теоретическими положениями. Возможны неточности при освещении второстепенных вопросов или в выкладках, которые абитуриент легко исправил по замечанию экзаменатора.</p>		
	4	<p>Решение задачи абитуриентом удовлетворяет в основном требованиям на оценку «5», но обоснования шагов решения недостаточны; допущена одна ошибка или два-три недочета в выкладках, рисунках, чертежах или графиках (если эти виды работы не являлись специальным объектом проверки).</p>	30-21	<p>За две (и более) допущенные неточности при решении снимается один балл</p>
	3	<p>Абитуриент решил задание, но допущено более одной ошибки или более двух-трех недочетов в выкладках, чертежах или графиках. Абитуриент неполно или непоследовательно обосновал решение теоретическими положениями, но показал общее понимание.</p>	20-11	<p>За каждую допущенную ошибку при ответе снимается один балл</p>
	2	<p>Абитуриент при решении допустил существенные ошибки, показавшие, что он не владеет обязательными умениями по данной теме в полной мере, обнаружил незнание или непонимание большей или наиболее важной части теоретического материала.</p>	10-6	<p>За каждую допущенную ошибку при ответе снимается один балл</p>
	1	<p>Абитуриент приступил к решению, но не довел его до конца; допустил грубые ошибки в решении задания, которые не исправлены после нескольких наводящих вопросов экзаменаторов.</p>	5-1	<p>За каждую допущенную ошибку при ответе снимается один балл</p>
	0	<p>Абитуриент не приступал к решению задачи.</p>	0	

# СОДЕРЖАНИЕ ПРОГРАММЫ

## *Раздел 1. Алгебра и теория чисел*

*Алгебраические структуры.* Понятие кольца. Простейшие свойства колец. Поле. Простейшие свойства полей. Поле комплексных чисел. Геометрическое представление комплексных чисел. Тригонометрическая форма комплексных чисел. Геометрическое истолкование модуля и аргумента комплексных чисел. Действия над комплексными числами в тригонометрической форме.

*Линейные отображения и евклидовы пространства.* Евклидово векторное пространство. Свойства скалярного произведения векторов. Норма вектора.

*Делимость в кольце целых чисел. Теория сравнений с арифметическими приложениями.* Определение и основные свойства делимости. Деление с остатком. Наибольший общий делитель двух чисел и алгоритм Евклида. Наибольший общий делитель нескольких чисел. Взаимно простые числа. Наименьшее общее кратное.

Простые числа. Бесконечность множества простых чисел. Решето Эратосфена. Основная теорема арифметики. Каноническое разложение составного числа. Числовые функции. Функция Эйлера.

Понятие сравнения. Свойства сравнений. Функция Эйлера. Свойства функции Эйлера. Теоремы Эйлера и Ферма.

Арифметические приложения теории сравнений: применение сравнений для установления признаков делимости, преобразование обыкновенной дроби в систематическую и определение длины периода систематической дроби.

*Многочлены от одной переменной. Делимость в кольце многочленов от одной переменной. Многочлены от нескольких переменных.* Понятие многочлена над кольцом или полем. Кольцо многочленов от одной переменной как область целостности. Степень произведения двух многочленов. Функциональное толкование многочлена. Многочлены над полем. Делимость с остатком в кольце многочленов над полем.

Деление многочлена на двучлен  $x-a$  и корни многочлена. Теорема о делении с остатком. Наибольший общий делитель. Алгоритм Евклида. Наименьшее общее кратное. Неприводимые над полем многочлены. Разложение многочлена в произведение неприводимых нормированных множителей и его единственность. Неприводимые кратные множители многочлена. Кратные корни многочлена.

Симметрические многочлены и их свойства. Основная теорема о симметрических многочленах. Применение теории симметрических многочленов к решению ряда задач алгебры и школьной математики.

## *Раздел 2. Геометрия*

*Элементы векторной алгебры. Метод координат на плоскости и в пространстве.* Векторное пространство. Линейно-зависимые и линейно-

независимые совокупности векторов. Базис векторного пространства. Действия с векторами: сложение, вычитание, скалярное произведение. Виды систем координат. Координаты точки. Деление отрезка в данном отношении. Уравнение прямой на плоскости. Взаимное расположение прямых на плоскости. Расстояние от точки до прямой. Угол между двумя прямыми. Векторное и смешанное произведения векторов. Вычисление площади треугольника, объема тетраэдра.

Различные способы задания плоскости. Общее уравнение плоскости. Геометрический смысл знака многочлена  $Ax+By+Cz+D$ . Взаимное расположение двух, трех плоскостей. Уравнение прямой в пространстве. Взаимное расположение двух прямых, прямой и плоскости.

*Преобразования плоскости и пространства.* Виды геометрических преобразований. Движения плоскости. Аналитическое выражение движения. Осевая симметрия, разложение движений в произведение симметрий. Классификация движений плоскости.

Преобразование подобия. Гомотетия. Подобие как произведение гомотетии на движение. Приложение геометрических преобразований к решению задач.

Выпуклые множества. Выпуклые многоугольники. Выпуклый многогранник. Доказательство существования правильных многогранников.

*Линии и поверхности второго порядка.* Эллипс, гипербола, парабола: определение, каноническое уравнение, свойства. Фокусы и директрисы линий второго порядка. Уравнение линий второго порядка в полярных координатах. Цилиндрические и конические поверхности второго порядка. Конические сечения и поверхности вращения. Эллипсоиды, гиперboloиды, параболоиды. Прямолинейные образующие поверхностей второго порядка.

*N-мерное Евклидово пространство.* Аксиомы Вейля n-мерного вещественного аффинного пространства. Аффинная система координат. Определение n-мерных плоскостей. Взаимное расположение двух плоскостей. Аффинные преобразования. Группа аффинных преобразований, примеры ее подгрупп. Предмет аффинной геометрии.

Аксиомы n-мерного евклидова пространства. Расстояние между двумя точками, угол между векторами. Ортогональность. Ортонормированные системы координат. Движения, группа движений пространства, примеры ее подгрупп. Предмет евклидовой геометрии.

*Основания геометрии. Неевклидовы геометрии.* Понятие об интерпретации системы аксиом. Непротиворечивость, независимость, полнота системы аксиом. Непротиворечивость и полнота системы аксиом Вейля трехмерного евклидова пространства. Определение прямых, плоскостей, лучей, отрезков, углов. Система аксиом школьного курса геометрии и ее связь с аксиоматикой Вейля.

Длина отрезка, аксиомы. Теорема существования и единственности. Площадь многоугольника. Теорема существования и единственности. Равновеликость и равноставленность. Геометрия до Евклида. «Начала» Евклида. Критика системы Евклида. Пятый постулат Евклида. Система аксиом Гильберта. Н.И.Лобачевский и его геометрия.

### **Раздел 3. Математический анализ**

*Действительные числа. Теория пределов.* Действительные числа и их свойства. Элементы топологии в  $\mathbb{R}$ . Предел числовой последовательности. Свойства сходящихся числовых последовательностей. Поведение монотонных и ограниченных числовых последовательностей. Число  $e$ . Определение предела функции. Свойства пределов. Односторонние пределы. Бесконечно малые и бесконечно большие функции. Замечательные пределы. Непрерывность функции в точке. Понятие о точках разрыва и их классификация. Свойства функций, непрерывных на отрезке.

*Дифференциальное исчисление функций одной переменной.* Задачи, приводящие к понятию производной. Определение дифференцируемости функции и производной. Производные основных элементарных функций. Геометрический и физический смыслы дифференцируемости и производной. Уравнение касательной к графику дифференцируемой функции. Необходимое и достаточное условие дифференцируемости. Дифференцирование суммы, произведения, частного, композиции и обратной функции. Таблица производных элементарных функций. Дифференциал, его геометрический и физический смыслы. Производные и дифференциалы высших порядков. Теоремы Ферма, Ролля, Лагранжа, Коши. Правила Лопиталя для раскрытия неопределенностей. Формула Тейлора. Экстремум функции. Исследование функции на экстремум с помощью производной. Выпуклость и точки перегиба графика функции. Асимптоты.

*Интегральное исчисление функций одной переменной.* Первообразная функции и неопределенный интеграл. Таблица неопределенных интегралов основных элементарных функций. Интегрирование по частям и замена переменной в неопределенном интеграле. Задачи, приводящие к понятию определенного интеграла. Интегральные суммы Римана и определенный интеграл. Ограниченность интегрируемой функции. Верхние и нижние суммы Дарбу. Критерий интегрируемости. Интегрируемость некоторых классов функций. Определенный интеграл с переменным верхним пределом и его свойства. Формула Ньютона-Лейбница. Интегрирование по частям и заменой переменной в определенном интеграле. Несобственные интегралы и их свойства.

*Теория рядов в действительной области.* Понятие числового ряда и его суммы. Сходящиеся и расходящиеся числовые ряды. Необходимое условие сходимости. Гармонический ряд. Сходимость рядов с неотрицательными членами. Признаки сходимости: сравнения, Даламбера, Коши, интегральный. Знакочередующиеся ряды. Признак Лейбница. Абсолютно и условно сходящиеся ряды и их свойства. Понятие о функциональных рядах.

*Непрерывность и дифференциальное исчисление функций многих переменных в действительной области.* Непрерывные функции в  $\mathbb{R}^n$  и их свойства. Свойства непрерывных функций на компакте. Частные производные и дифференциалы. Формула Тейлора. Исследование функции на локальный экстремум. Неявно заданные функции, их производные.

*Интегральное исчисление функций многих переменных.* Определение кратного интеграла. Критерий интегрируемости. Двойной интеграл. Замена переменных в двойном интеграле. Переход к полярным координатам. Тройной интеграл. Криволинейные координаты. Определение криволинейных интегралов первого и второго рода и их свойства. Формула Грина.

*Дифференциальные уравнения.* Обыкновенные дифференциальные уравнения первого порядка. Уравнения с разделяющимися переменными. Однородные уравнения. Линейные уравнения. Линейные дифференциальные уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами.

*Теория функций комплексной переменной.* Функции комплексной переменной. Предел и непрерывность функции комплексной переменной. Дифференцирование функции комплексной переменной, условия Коши-Римана. Интегрирование функции комплексной переменной.

#### **Раздел 4. Теория и методика обучения математике**

*Методическая система «Обучение математике».* Предмет методики обучения математике. Связь методики обучения математике с другими научными областями. Методы методики обучения математике. Характеристика образовательной области «Математика». Математическая и учебная задачи.

*Цели и содержание обучения математике в средней школе.* Понятие образования. Цели образования. Влияние предмета математики на цели образования. Гуманизация и гуманитаризация математического образования. Цели обучения математике. Функции обучения математике. Содержание математического образования. Реформы среднего математического образования. Содержание ФГОС основного и среднего (полного) общего образования.

*Формирование математических понятий.* Содержание и объем понятия. Виды определений. Классификация понятий. Методика формирования понятий.

*Методика изучения теорем.* Виды теорем. Этапы изучения теорем. Организация работы с теоремой. Обучение доказательству теорем.

*Задачи в обучении математике. Методика обучения решению математических задач.* Понятие задачи, классификация задач, упражнения. Роль задач в обучении математике. Методика обучения решению математических задач.

*Методы обучения математике.* Понятие метода обучения математике. Классификация методов обучения математике. Дидактические системы обучения. Технологии обучения. Деятельностный подход к обучению математике и его реализация.

*Контроль знаний и умений учащихся при обучении математике.* Контроль: типы, цели, функции. Требования к контролю и его компоненты. Виды, формы и средства контроля. Оценка и отметка. Способы оценивания. Ошибки и недочеты.

*Организация обучения математике.* Урок математики, его структура. Основные требования к уроку, типы уроков. Подготовка учителя к уроку. Анализ урока. Организация самостоятельной работы учащихся на уроке. Нестандартные уроки математики. Индивидуализация и дифференциация в

обучении математике. Внеклассная работа по математике.

*Деятельностный подход к обучению математике.* Сущность деятельностного подхода и особенности его реализации в обучении математике.

*Технологический подход к обучению математике.* История становления технологического подхода к обучению. Понятия «педагогическая технология», «образовательная технология», «технология обучения». Технология и методика обучения математике. Роль учителя при реализации технологического подхода к обучению математике.

*Методика изучения основных линий школьного курса математики (функциональной, тождественных преобразований, уравнений и неравенств, многоугольников и многогранников и др.)*

## ПРИМЕРНЫЕ ВОПРОСЫ ДЛЯ КОМПЛЕКСНОГО МЕЖДИСЦИПЛИНАРНОГО ЭКЗАМЕНА

### Математика

1. Понятие кольца. Примеры колец. Простейшие свойства колец. Подкольцо. Гомоморфизмы и изоморфизмы колец.

2. Кольцо целых чисел. Теорема о делении с остатком. НОД и НОК двух чисел.

3. Поле комплексных чисел. Числовое поле. Геометрическое представление комплексных чисел и действия с ними. Тригонометрическая форма комплексного числа.

4. Векторное пространство. Примеры и простейшие свойства векторных пространств. Линейная зависимость и независимость системы векторов. Базис и ранг конечной системы векторов. Базис и размерность конечномерного векторного пространства. Подпространства. Линейные многообразия. Изоморфизмы векторных пространств.

5. Следствие системы линейных уравнений. Равносильные системы линейных уравнений. Критерий совместности линейных уравнений.

6. Простые числа. Бесконечность множества простых чисел. Каноническое разложение составного числа и его единственность.

7. Основные свойства сравнений. Полная и приведенная система вычетов. Теоремы Эйлера и Ферма. Линейные сравнения с одной переменной. Приложение теории сравнений к выводу признаков делимости.

8. Полиномы над полем. Разложение полинома в произведение неприводимых множителей и его единственность. Алгебраическая замкнутость поля комплексных чисел. Неприводимые над полем действительных чисел полиномы. Сопряженность мнимых корней многочлена с действительными коэффициентами.

9. Группа движений (перемещений) плоскости. Классификация движений. Группа преобразований подобия плоскости и её подгруппы. Приложение этих преобразований к решению задач.

10. Группа аффинных преобразований плоскости и её подгруппы. При-

ложения аффинных преобразований к решению задач.

11. Проективная плоскость и её модели. Группа проективных преобразований. Приложения к решению задач.

12. Система аксиом Вейля трехмерного евклидова пространства, её непротиворечивость. Связь аксиом Вейля с аксиомами школьного курса геометрии.

13. Многоугольники. Площадь многоугольника, теорема существования и теорема единственности. Равновеликость и равносторонность.

14. Плоскость Лобачевского. Непротиворечивость системы аксиом плоскости Лобачевского. Взаимное расположение прямых на плоскости Лобачевского.

15. Топологическое пространство. Топологическое многообразие. Эйлерова характеристика двумерного многообразия. Теорема Эйлера для многогранников.

16. Линии и поверхности в евклидовом пространстве. Гладкие линии и гладкие поверхности. Первая квадратичная форма поверхности и её приложения.

17. Предел числовой последовательности и его геометрический смысл. Бесконечно малые и бесконечно большие последовательности, связь между ними. Арифметические свойства предела последовательности. Теоремы о предельном переходе в неравенствах и о пределе промежуточной последовательности. Монотонные последовательности. Теорема о пределе монотонной последовательности.

18. Предел функции. Свойства предела функции. Бесконечно малые и бесконечно большие функции. Замечательные пределы. Непрерывность функции в точке и на множестве. Односторонняя непрерывность. Классификация точек разрыва. Свойства функций, непрерывных на отрезке: теорема Вейерштрасса, теорема Больцано-Коши.

19. Производная и дифференциал функции. Геометрический и физический смыслы производной и дифференциала. Правила дифференцирования. Производная и дифференциал сложной функции. Производные и дифференциалы высших порядков. Формула Лейбница.

20. Основные теоремы дифференциального исчисления (теоремы о средних значениях): теорема Ферма (об обращении производной в нуль), теорема Ролля (о корнях производной), теорема Лагранжа (о конечном приращении функции), теорема Коши. Формула Тейлора. Правила Лопиталья.

21. Монотонные функции. Признак монотонности функции и его геометрический смысл. Экстремум функции. Необходимые условия экстремума функции в точке. Достаточные условия экстремума функции в точке. Наибольшее и наименьшее значения функции на отрезке.

22. Выпуклость и точки перегиба графика функции. Необходимые и достаточные условия выпуклости вверх (вниз) графика дифференцируемой функции. Необходимое условие перегиба. Достаточные условия перегиба.

23. Частные производные и частные дифференциалы. Понятие дифференцируемости и дифференциала функции в точке. Необходимое условие дифференцируемости функции двух переменных в точке. Достаточные усло-

вия дифференцируемости функции двух переменных в точке. Формула полного дифференциала. Экстремум функции многих переменных.

24. Первообразная и неопределенный интеграл. Основное свойство первообразной. Геометрический смысл первообразной и неопределенного интеграла. Основные свойства неопределенного интеграла. Основные методы интегрирования: интегрирование подстановкой и по частям.

25. Определенный интеграл и его геометрический смысл. Необходимое условие существования определенного интеграла. Критерий интегрируемости функции по Риману. Свойства определенного интеграла. Формула Ньютона-Лейбница. Приложения определенного интеграла.

26. Числовые ряды, основные свойства сходящихся рядов. Критерий Коши. Признаки сходимости рядов с неотрицательными членами: сравнения, Даламбера, Коши, интегральный. Знакопеременные ряды. Абсолютная и условная сходимость рядов. Признак Лейбница.

27. Функциональные последовательности и ряды. Сходимость и равномерная сходимость функциональных последовательностей и рядов. Необходимое условие равномерной сходимости функционального ряда. Признак Вейерштрасса. Степенные ряды. Радиус и интервал сходимости степенного ряда. Теорема Абеля. Ряд Тейлора.

28. Обыкновенные дифференциальные уравнения первого порядка. Уравнения с разделяющимися переменными. Линейные дифференциальные уравнения.

29. Поле комплексных чисел. Различные формы записи комплексного числа, действия над комплексными числами, записанными в алгебраической и тригонометрической формах.

30. Производная функции комплексного переменного. Условия дифференцируемости. Понятие аналитической функции.

### **Теория и методика обучения математике**

31. Объект и предмет теории и методики обучения математике. Методическая система обучения математике. Методология методики обучения математике.

32. Цели обучения математике в средней школе.

33. Содержание ФГОС основного и среднего (полного) общего образования. Деятельностный подход и особенности его реализации в обучении математике.

34. Методы обучения математике.

35. Методы научного познания в обучении математике.

36. Дифференциация в обучении математике.

37. Гуманизация и гуманитаризация математического образования.

38. Эвристики в обучении математике.

39. Методика формирования математических понятий.

40. Методика изучения теорем.

41. Обучение доказательству в средней школе.

42. Роль и место задач в обучении математике.
43. Методика обучения решению задач.
44. Урок математики. Типы уроков.
45. Организация внеклассной работы по математике.
46. Расширение понятия числа в средней школе.
47. Методика изучения тождественных преобразований в средней школе.
48. Методика изучения функций (на примере конкретного вида функций).
49. Методика изучения уравнений и неравенств в курсе математики средней школы.
50. Общая характеристика курса геометрии основной школы.
51. Методика обучения элементам геометрии в 5 – 6 классах.
52. Методика изучения темы «Равенство фигур».
53. Методика изучения многоугольников и многогранников.
54. Методика изучения подобия фигур.
55. Методика обучения векторному методу.
56. Методика проведения первых уроков стереометрии.
57. Методика изучения понятия производной. Приложения производной.
58. Методика изучения понятия интеграла. Приложения интеграла.
59. Методика изучения длин, площадей и объемов в школьном курсе математики.
60. Методика изучения взаимного расположения прямых и плоскостей в пространстве

## РЕКОМЕНДУЕМАЯ ЛИТЕРАТУРА

### Раздел 1. Алгебра

#### Основная литература:

1. *Кострикин А.И.* Введение в алгебру. Основные структуры. – Изд. 2-е, испр. – М.:Физматлит, 2001.
2. *Кострикин А.И.* Введение в алгебру. Линейная алгебра. – Изд. 3-е, испр. – М.:Физматлит, 2004.
3. *Кострикин А.И.* Введение в алгебру. Основные структуры. – Изд. 2-е, испр. – М.:Физматлит, 2001.
4. *Никонова, Н. В.* Основные понятия алгебры в вопросах и задачах : учебное пособие / Н. В. Никонова, Г. А. Никонова; Минобрнауки России, ФГБОУ ВПО «Казанский национальный исследовательский технологический университет». – Казань : Изд-во КНИТУ, 2014. – 83 с. Режим доступа: <http://www.biblioclub.ru>
5. *Ремизов, А. О.* Линейная алгебра и геометрия : учебное пособие / А. О. Ремизов, И. Р. Шафаревич. – М. :Физматлит, 2009. – 512 с. – Режим доступа : <http://www.biblioclub.ru>
6. *Теплов, С. Е.* Линейная алгебра и аналитическая геометрия : учебно-практическое пособие / С. Е. Теплов, А. Н. Романников. – М. : Евразийский открытый институт, 2011. – 271 с. – Режим доступа: <http://www.biblioclub.ru>

### **Дополнительная литература:**

7. *Боревич З. И.* Определители и матрицы.: /учебное пособие для студентов вузов/.Изд. 2-е. – М., Наука,1970.

8.*Дэвенпорт Г.* Высшая арифметика (Введение в теорию чисел) – М.: Наука, 1965.

9. *Клейн Ф.* Элементарная математика с точки зрения высшей: в 2-х томах.Т.1. Арифметика. Алгебра. Анализ.: Пер. с нем. / Под ред. В.Г.Болтянского, - 4-е изд. – М.: Наука. Гл. ред. Физ.-мат. Лит., 1987.

10. *Куликов Л. Я.* Алгебра и теория чисел. – М.: Высшая школа, 1979.

11. *Мальцев А. И.* Алгебраические системы. – М.: Физматгиз, 1970.

12. *Феферман С.* Числовые системы. – М.: Наука, 1971.

### **Раздел 2. Геометрия**

#### **Основная литература:**

1. *Ефимов, Н. В.* Высшая геометрия: учеб.пособие / Н.В. Ефимов. – М.: Наука. – 2003.

2. *Баврин, И. И.* Аналитическая геометрия: учебник / И. И. Баврин. - М. :Высш. шк., 2005. – 85с.

3. *Беклемишев, Д. В.* Курс аналитической геометрии и линейной алгебры : учебник / Д. В. Беклемишев. – 12-е изд., испр. – М. :Физматлит, 2009. – 309 с. – Режим доступа: <http://www.biblioclub.ru>

4. *Сизый, С. В.* Лекции по дифференциальной геометрии: учеб.пособие. – М. :Физматлит, 2007.

5. Компьютерная геометрия :учеб. пособ. для вузов . –М. : Академия, 2006. –512 с.

#### **Дополнительная литература:**

5. *Атанасян, Л. С.* Геометрия. Ч.1., Ч.2 учеб.пособие для студентов физ.-мат. фак. пед. ин-тов/Л. С.Атанасян, В.Т. Базылев.- М.: Просвещение, 1986.

6. *Атанасян, Л. С.* Аналитическая геометрия. Ч.1./ Л.С. Атанасян. – М.: Просвещение, 1967.

7. *Бакельман, И.Я.* Аналитическая геометрия и линейная алгебра/ И.Я. Бакельман. - М.: Просвещение.-1976.

8. *Бахвалов, С.В.,* Основания геометрии/ С.В. Бахвалов, В.П.Иваницкая. – М: Высшая школа, 1972.

9. *Беклемишев, Д.В.* Курс аналитической геометрии и линейной алгебры/ Д.В. Беклемишев. – М.: Наука, 1976.

10. *Дубровин, Б.А.* Современная геометрия/ Б.А. Дубровин. – М.: Наука. – 1984.

11. *Новиков, С.П.* Элементы дифференциальной геометрии и топологии / С.П. Новиков, А.Т. Фоменко. – М.: Наука, 1987.

12. *Погорелов, А.В.* Геометрия/ А.В. Погорелов. – М.: Наука. – 1983.

13.*Погорелов, А.В.* Основания геометрии/ А.В. Погорелов. – 1968.

14. *Четверухин, Н.Ф.* Проективная геометрия/ Н.Ф. Четверухин. – М.: Просвещение. – 1969.

### Раздел 3. Математический анализ

#### Основная литература:

1. *Архипов, Г. И.* Лекции по математическому анализу: Учеб. для вузов / Г. И. Архипов, В. А. Садовничий, В. Н. Чубариков; под ред. В. А. Садовниченко. – 4-е изд., испр. – М. : Дрофа, 2004. – 640 с.

2. *Кудрявцев, Л. Д.* Курс математического анализа в 3 т. Том 1 : учебник для бакалавров / Л. Д. Кудрявцев. – 6-е изд., перераб. и доп. – М. : Издательство Юрайт, 2017. – 703 с. – (Бакалавр. Академический курс).

3. *Кудрявцев, Л. Д.* Курс математического анализа в 3 т. Том 2 в 2 книгах. Книга 1 : учебник для академического бакалавриата / Л. Д. Кудрявцев. – 6-е изд., перераб. и доп. – М. : Издательство Юрайт, 2017. – 396 с. – (Бакалавр. Академический курс).

4. *Кудрявцев, Л. Д.* Курс математического анализа в 3 т. Том 2 в 2 книгах. Книга 2 : учебник для академического бакалавриата / Л. Д. Кудрявцев. – 6-е изд., перераб. и доп. – М. : Издательство Юрайт, 2017. – 323 с. – (Бакалавр. Академический курс).

5. *Капкаева, Л. С.* Математический анализ: Теория пределов. Дифференциальное исчисление: учеб. пособие для студ. бакалавр. вузов по направлению «Педагогическое образование» / Л. С. Капкаева; Мордовский гос. пед. ин-т. – Саранск, 2013. – 243 с.

6. *Шагин, В. Л.* Математический анализ. Базовые понятия : учебное пособие для прикладного бакалавриата / В. Л. Шагин, А. В. Соколов. – М. : Издательство Юрайт, 2017. – 245 с. – (Бакалавр. Прикладной курс).

#### Дополнительная литература:

9. *Бермант, А. Ф., Арамонович, И. Г.* Краткий курс математического анализа: Учебное пособие. 14-е изд., стер. / А. Ф. Бермант, И. Г. Арамонович. – СПб. : Издательство «Лань», 2008. – 736 с.

10. *Бугров, Я.С.* Высшая математика: Учеб. для вузов: В 3 т. Т.2 Дифференциальное и интегральное исчисление / Я. С. Бугров, С. М. Никольский; под ред. В. А. Садовниченко. – 6-е изд. стереотип. – М. : Дрофа, 2004. – 512 с.

11. *Гусак, А. А.* Основы высшей математики : пособие для студентов вузов / А. А. Гусак, Е. А. Бричикова. – Минск : ТетраСистемс, 2012. – 205 с.

12. *Ивашев-Мусатов, О.С.* Начала математического анализа: Учеб. пособие. – 5-е изд., перераб. и доп. / О. С. Ивашев-Мусатов. – М. : Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит., 1988. – 288 с.

13. *Марков, С. Н.* Курс истории математики: Учеб. пособие / С. Н. Марков. – Иркутск: Изд-во Иркут. ун-та, 1995. – 248 с.

14. *Шибинский, В. М.* Примеры и контрпримеры в курсе математического анализа: Учеб. пособие / В. М. Шибинский. – М. : Высш. шк., 2007. – 543 с.

15. *Шилов, Г.Е.* Математический анализ (функции одного переменного) / Г. Е. Шилов. Ч. 1-2. – М. : Наука, 2003. – 528 с.

#### Раздел 4. Теория и методика обучения математике

##### Основная литература:

1. *Далингер, В. А.* Методика обучения математике. Поисково-исследовательская деятельность учащихся : учебник и практикум для вузов / В. А. Далингер. – 2-е изд, испр. и доп. – М. : Издательство Юрайт, 2017. – 460 с. – (Бакалавр. Академический курс). – ISBN 978-5-534-00450-2.

2. *Егорченко, И. В.* Методика изучения элементов комбинаторики, теории вероятностей и математической статистики: учеб.пособие / И. В. Егорченко. – Саранск, 2011. – 286 с.

3. *Егупова, М.В.* Практико-ориентированное обучение математике в школе [Электронный ресурс] : учебное пособие / М.В. Егупова. - М. : АСМС, 2014. - 239 с. - Режим доступа: <http://www.biblioclub.ru>

4. *Иванова, Т. А.* Теория и технология обучения математике в средней школе : учеб.пособие / Т. А. Иванова [и др.] – Н. Новгород : НГПУ, 2009. – 355 с.

5. *Иванова, Т. А.* Современный урок математики: теория, технология, практика: кн. для учителя / Т. А. Иванова.–Н. Новгород : НГПУ, 2010. – 288 с.

6. *Капкаева, Л. С.* Лекции по теории и методике обучения математике: Частная методика: учеб.пособие для студ. бакалавр. вузов по направлению «Педагогическое образование» / Л. С. Капкаева: в 2 ч. Ч. 1 / Мордовский гос. пед. ин-т. – Саранск, 2009. – 262 с.

7. *Капкаева, Л. С.* Лекции по теории и методике обучения математике: Частная методика: учеб.пособие для студ. бакалавр. вузов по направлению «Педагогическое образование» / Л. С. Капкаева: в 2 ч. Ч. 2/ Мордовский гос. пед. ин-т. – Саранск, 2011. – 189 с.

8. Методика и технология обучения математике. Курс лекций: пособие для вузов / под науч. ред. Н. Л. Стефановой, Н. С. Подходовой. – М. : Дрофа, 2005. – 416 с.

9. Методика обучения математике в 2 ч. Часть 1 : учебник для академического бакалавриата / Н. С. Подходова [и др.]; под ред. Н. С. Подходовой, В. И. Снегуровой. – М. : Издательство Юрайт, 2017. – 274 с. – (Бакалавр. Академический курс).

10. Методика обучения математике в 2 ч. Часть 2 : учебник для академического бакалавриата / Н. С. Подходова [и др.]; под ред. Н. С. Подходовой, В. И. Снегуровой. – М. : Издательство Юрайт, 2017. – 299 с. – (Бакалавр. Академический курс).

11. *Саранцев, Г. И.* Как сделать обучение математике интересным: кн. для учителя / Г. И. Саранцев. – М. : Просвещение, 2011. – 160 с.

12. *Саранцев, Г. И.* Методика обучения геометрии: учеб.пособ. для студ. вузов по направлению «Педагогическое образование» / Г. И. Саранцев. – Казань : Центр инновационных технологий, 2011. – 228 с.

13. *Саранцев, Г. И.* Методика обучения математике в средней школе: методология и теория: учеб.пособие для студ.бакалавр. высших учебных заведений по направлению «Педагогическое образование» / Г. И. Саранцев. – Казань : Центр инновационных технологий, 2012. – 362с.

14. *Темербекова, А. А.* Методика обучения математике : учеб.пособие / А. А. Темербекова, И. В. Чугунова, Г. А. Байгонакова. - СПб. : Лань, 2015. – 510 с.

#### **Дополнительная литература:**

1. *Байдак В. А.* Теория и методика обучения математике: наука, учебная дисциплина 2-е изд., стереотип. Москва: Флинта, 2011

2. *Звонников, В. И.* Современные средства оценивания результатов обучения : учеб.пособие для студ. высш. учеб. заведений / В. И. Звонников [и др.]. – 3-е изд., стер. – М. : Академия, 2009. – 224 с.

3. Новые педагогические и информационные технологии в системе образования: учеб.пособие для студ. высш. учеб. заведений / под ред. Е. С. Полат. – 4-е изд., стер. – М. : Академия, 2009. – 270 с.

4. Основные математические понятия : учеб.пособие / М. В. Воронов[и др.]. – Псков : Изд-во ПсПИ, 2008. – 104 с.

5. *Саранцев, Г. И.* Обучение математическим доказательствам и опровержениям в школе [текст] / Г. И. Саранцев. – М. :Владос, 2005. – 183с.

6. *Саранцев, Г. И.* Упражнения в обучении математике / Г. И. Саранцев. – М. : Просвещение, 2005. – 255с.

7. Хрестоматия по методике математики: Обучение через задачи: пособие для студентов, аспирантов и преподавателей / Сост. М. И. Зайкин, С. В. Арюткина. – Арзамас: АГПИ, 2005. – 300 с.

8. *Шелехова, Л. В.* Сюжетные задачи по математике [Электронный ресурс]: учебно-методическое пособие / Л.В. Шелехова. – М. : Берлин : Директ-Медиа, 2015. – 148 с. – Режим доступа: <http://www.biblioclub.ru>

#### **интернет-источники**

1. <http://www.elibrary.ru/>

2. [www.nauka-shop.com/mod/shop/productID](http://www.nauka-shop.com/mod/shop/productID)

3. <http://www.lib.e-mordovia.ru/index.php>

4. <http://lifeb-web.ru / ЕЕВ / LITEN CYCLOPIef>

5. <http://www.nauka-shop.com/mod/shop/productID>

6. <http://bestdissertation.com/work/work>

7. [http://www.ed.gov.ru/;](http://www.ed.gov.ru/)

8. <http://www.edurm.ru;>

9. <http://www.gpntb.ru/win/book/>

10. <http://www.metod-kopilka.ru/>

11. <http://festival.1september.ru>