

МИНИСТЕРСТВО ПРОСВЕЩЕНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ  
УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
«МОРДОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ПЕДАГОГИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ  
ИМЕНИ М. Е. ЕВСЕВЬЕВА»



ПРОГРАММА КАНДИДАТСКОГО ЭКЗАМЕНА  
ПО СПЕЦИАЛЬНОСТИ (СПЕЦИАЛЬНОЙ ДИСЦИПЛИНЕ)

Научная специальность – 5.8.2. Теория и методика обучения и воспитания (математика)

Саранск 2025

Составитель:

*Капкаева Лидия Семеновна*, доктор педагогических наук, профессор кафедры математики, экономики и методик обучения

Рецензенты:

*Дорофеев Сергей Николаевич*, доктор педагогических наук, профессор, профессор кафедры «Высшая математика и математическое образование» Тольяттинского государственного университета;

*Родионов Михаил Алексеевич*, доктор педагогических наук, профессор, заведующий кафедрой «Информатика и методика обучения информатике и математике» Пензенского государственного университета.

Программа утверждена на заседании кафедры математики, экономики и методик обучения, протокол № 9 от 16 января 2025 г.

И. о. зав. кафедрой математики,  
экономики и методик обучения  
«16» января 2025 г.

И. В. Ульянова

## **Введение**

Кандидатский экзамен по специальности 13.00.02 – теория и методика обучения и воспитания (математика) является традиционной формой аттестации специальной и методической подготовки аспирантов и соискателей вуза, их научно-исследовательской деятельности в области частной методики математики.

**Цель кандидатского экзамена** заключается в определении уровня общей личностной культуры, профессиональной компетентности и готовности аспиранта (соискателя) к научно-исследовательской деятельности в области теории и методики обучения математике и к научно-педагогической деятельности в средних общеобразовательных учреждениях и высших учебных заведениях.

Предлагаемая программа соответствует паспорту специальности. Она направлена на осознание аспирантом (соискателем) теоретико-методологических оснований методики обучения математике и формирование на их основе собственного научно-педагогического подхода. Приводимый в конце программы список литературы к кандидатскому экзамену по указанной специальности является ориентировочным. Аспирант (соискатель) при ответах на вопросы должен использовать знание современных нормативно-правовых документов в области образования (Федеральный закон от 29 декабря 2012 г. N 273-ФЗ «Об образовании в Российской Федерации», Профессиональный стандарт педагога, Государственная программа Российской Федерации «Развитие образования» до 2030 года и др.).

## **СОДЕРЖАНИЕ ПРОГРАММЫ**

### **I. Математика**

#### ***Алгебра и теория чисел***

1. Бинарные отношения. Отношения эквивалентности и порядка. Классы эквивалентности. Фактор множества.
2. Группы, кольца, поля. Примеры и свойства. Гомоморфизмы и изоморфизмы.
3. Поле комплексных чисел. Алгебраическая и тригонометрическая формы записи комплексного числа. Геометрическая интерпретация действий над комплексными числами. Решение уравнений в поле комплексных чисел. Функции комплексной переменной.
4. Многочлены от одной переменной над полем. Теорема о делении с остатком. Теорема Безу. НОД многочленов и алгоритм Евклида. Теорема о разложении многочлена на неприводимые множители.
5. Теорема об алгебраической замкнутости поля комплексных чисел и её следствия. Формула Виета. Многочлены, неприводимые над полем действительных чисел.

6. Многочлены от нескольких переменных. Основная теорема о симметрических многочленах.

7. Векторные пространства. Примеры и свойства векторных пространств. Подпространства и фактор пространства. Изоморфизм векторных пространств.

8. Системы линейных уравнений. Равносильные системы и элементарные преобразования. Решение системы методом последовательного исключения переменных.

9. Понятие определителя квадратной матрицы. Свойства определителей. Правило Крамера для решения системы  $n$ -линейных уравнений с  $m$  переменными.

10. Натуральные числа и их свойства. Аксиомы Пеано.

11. Метод математической индукции. Бином Ньютона.

12. Простые числа. Бесконечность множества простых чисел. Основная теорема арифметики.

13. Целые числа и их свойства. Построение модели целых чисел.

14. Рациональные числа. Построение модели рациональных чисел.

15. Действительные числа и их свойства. Построение модели действительных чисел.

## ***Геометрия***

1. Различные пути аксиоматического построения евклидовой геометрии. Непротиворечивость, независимость, полнота системы аксиом.

2. Система аксиом плоскости Лобачевского. Взаимное расположение прямых на плоскости. Интерпретация системы аксиом.

3. Векторное пространство. Линейно-зависимые и линейно-независимые совокупности векторов. Базис векторного пространства. Действия с векторами: сложение, вычитание, скалярное произведение.

4. Метод координат на плоскости и в пространстве. Виды систем координат. Координаты точки. Деление отрезка в данном отношении. Уравнение прямой на плоскости. Взаимное расположение прямых на плоскости. Расстояние от точки до прямой. Угол между двумя прямыми. Векторное и смешанное произведения векторов. Вычисление площади треугольника, объема тетраэдра.

5. Измерение геометрических величин. Длина отрезка. Площадь многоугольника. Теорема существования и единственности.

6. Многогранники. Выпуклые многогранники. Теорема Эйлера для многогранников.

7. Геометрические преобразования (группы преобразований).

## ***Математический анализ***

1. Различные способы введения действительных чисел. Аксиома непрерывности и следствия из неё.

2. Понятие множества. Операции над множествами. Парадоксы, связанные с наивным пониманием множества. Аксиома выбора.

3. Предел числовой последовательности. Свойства сходящихся числовых последовательностей. Последовательности Коши. Поведение монотонных и ограниченных числовых последовательностей. Число  $e$ .

4. Предел функции. Свойства пределов. Бесконечно малые и бесконечно большие функции. Замечательные пределы.

5. Непрерывность функции в точке. Понятие о точках разрыва и их классификация. Свойства функций, непрерывных на отрезке.

6. Понятие дифференцируемости функции. Производная и дифференциал функции в точке. Производные основных элементарных функций. Геометрический и физический смыслы производной и дифференциала. Уравнение касательной к графику дифференцируемой функции. Необходимое и достаточное условие дифференцируемости. Дифференцирование суммы, произведения, частного, композиции функции.

7. Производные и дифференциалы высших порядков. Теоремы Ферма, Ролля, Лагранжа, Коши. Правила Лопиталя для раскрытия неопределенностей. Формула Тейлора. Экстремум функции. Исследование функции на экстремум с помощью производной. Выпуклость и точки перегиба графика функции. Асимптоты.

8. Первообразная и неопределенный интеграл. Основные методы интегрирования. Определенный интеграл и его свойства. Формула Ньютона-Лейбница. Несобственные интегралы и их свойства.

9. Числовые ряды. Гармонический ряд. Сходимость рядов с неотрицательными членами. Необходимое условие сходимости. Признаки сходимости: сравнения, Даламбера, Коши, интегральный. Знакочередующиеся ряды. Признак Лейбница. Абсолютно и условно сходящиеся ряды и их свойства. Понятие о функциональных рядах.

10. Непрерывность и дифференциальное исчисление функций многих переменных в действительной области. Частные производные и дифференциалы. Формула Тейлора. Исследование функции на локальный экстремум.

11. Интегральное исчисление функций многих переменных. Определение кратного интеграла. Критерий интегрируемости. Двойной интеграл. Сведение двойного интеграла к повторному. Замена переменных в двойном интеграле. Переход к полярным координатам.

12. Тройной интеграл. Криволинейные координаты. Определение криволинейных интегралов первого и второго рода и их свойства. Формула Грина.

13. Понятие дифференциального уравнения. Задачи, приводящие к дифференциальным уравнениям.

14. Обыкновенные дифференциальные уравнения первого порядка. Уравнения с разделяющимися переменными. Однородные уравнения. Линейные уравнения.

15. Линейные дифференциальные уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами. Общая схема их решения.

14. Системы дифференциальных уравнений, общая схема их решения.

## **П. Теория и методика обучения математике**

### ***Методология и теория обучения математике***

1. *Методическая система «Обучение математике».* Предмет методики обучения математике. Связь методики обучения математике с другими научными областями. Методы методики обучения математике. Характеристика образовательной области «Математика». Математическая и учебная задачи.

2. *Цели и содержание обучения математике в средней школе.* Понятие образования. Цели образования. Влияние предмета математики на цели образования. Гуманизация и гуманитаризация математического образования. Цели обучения математике. Функции обучения математике. Содержание математического образования. Реформы среднего математического образования. Содержание ФГОС основного и среднего (полного) общего образования.

3. *Формирование математических понятий.* Содержание и объем понятия. Виды определений. Классификация понятий. Методика формирования понятий.

4. *Методика изучения теорем.* Виды теорем. Этапы изучения теорем. Организация работы с теоремой. Обучение доказательству теорем.

5. *Задачи в обучении математике. Методика обучения решению математических задач.* Понятие задачи, классификация задач, упражнения. Роль задач в обучении математике. Методика обучения решению математических задач.

6. *Методы обучения математике.* Понятие метода обучения математике. Классификация методов обучения математике. Дидактические системы обучения. Технологии обучения. Деятельностный подход к обучению математике и его реализация.

7. *Контроль знаний и умений учащихся при обучении математике.* Контроль: типы, цели, функции. Требования к контролю и его компоненты. Виды, формы и средства контроля. Оценка и отметка. Способы оценивания. Ошибки и недочеты.

8. *Организация обучения математике.* Урок математики, его структура. Основные требования к современному уроку, типы уроков. Подготовка учителя к уроку. Анализ урока. Организация самостоятельной работы учащихся на уроке. Нестандартные уроки математики. Индивидуализация и дифференциация в обучении математике. Внеклассная работа по математике.

9. *Деятельностный подход к обучению математике.* Сущность деятельностного подхода и особенности его реализации в обучении математике.

10. *Технологический подход к обучению математике.* История становления технологического подхода к обучению. Понятия «педагогическая технология», «образовательная технология», «технология обучения». Технология и методика обучения математике. Роль учителя при реализации технологического подхода к обучению математике.

11. *Формирование мотивации обучающихся средствами математики в основной (средней) школе.*

12. *Формирование функциональной грамотности обучающихся на уроках*

математики в основной (средней) школе.

13. *Интеграция алгебраического и геометрического методов в среднем математическом образовании: понятие, способы, формы.*

14. Профессиональная ориентация обучающихся средствами математики: приемы, методы, формы.

15. *Использование информационных технологий в обучении математике учащихся средней школы.*

16. *Реализация преемственности в обучении математике учащихся старших классов между школой и вузом: основные направления, способы, формы.*

17. *История становления и развития теории и методики обучения математике.*

### ***Частная методика обучения математике***

1. Учение о числе в школьном курсе математики. Понятие числа. Методика изучения натуральных и рациональных чисел. Введение и изучение действительных чисел.

2. Тождественные преобразования, их роль и место в школьном курсе математики. Виды тождественных преобразований. Проблема формирования вычислительной культуры школьников.

3. Уравнения и неравенства, их место в курсе школьной алгебры. Различные определения понятий уравнения и неравенства и их формирование. Методика решения задач на составление уравнений.

4. Функции и их роль в построении школьного курса алгебры. Формирование понятия функции. Методическая система изучения функций в курсе алгебры основной школы. Методика изучения линейной и квадратичной функций.

5. Основные вопросы преподавания элементов математического анализа в старших классах средней школы.

6. Функция. Предел функции и непрерывность. Методика изучения тригонометрических функций, показательной и логарифмической функций. Понятие обратной функции.

7. Элементы дифференциального и интегрального исчислений. Формирование понятия производной. Применение производной к исследованию функций. Формирование понятия интеграла. Методика изучения приложений определенного интеграла.

8. Элементы стохастики и теории вероятностей. Основные цели введения в школьный курс. Элементы комбинаторики. Элементы теории вероятностей: случайные события, достоверные и невозможные события, частота событий.

9. Общие вопросы методики обучения геометрии в основной школе: цели, содержание и структура курса. Различные подходы к построению школьного курса геометрии. Особенности методики обучения геометрии в условиях ФГОС основного общего образования.

10. Методика проведения первых уроков систематического курса

геометрии в основной школе. Основные понятия геометрии и их свойства. Роль наглядности при изучении первых разделов геометрии.

11. Методика изучения фигур на плоскости. Многоугольники. Формирование понятия многоугольника. Методика изучения частных видов многоугольников. Треугольники. Признаки равенства треугольников. Четырехугольники. Их классификация. Правильные многоугольники. Окружность и круг. Взаимное расположение окружностей, прямой и окружности на плоскости. Геометрические места точек. Задачи на построение.

12. Геометрические преобразования на плоскости. Движения: центральная симметрия, осевая симметрия, поворот, параллельный перенос. Подобие.

13. Координаты и векторы на плоскости. Прямоугольная система координат, операции с векторами, координаты вектора, скалярное произведение векторов, уравнения окружности и прямой.

14. Измерение геометрических величин. Длина отрезка. Измерение площадей: многоугольников, круга. Проблемы равновеликости и равносоставленности на плоскости.

15. Методика проведения первых уроков стереометрии. Основные понятия стереометрии и их свойства. Методика изучения аксиом. Методика доказательства первых теорем. Роль наглядности при изучении первых разделов стереометрии. Особенности методики обучения геометрии в условиях ФГОС среднего общего образования.

16. Методика изучения параллельности и перпендикулярности в пространстве. Классификация взаимного расположения прямых и плоскостей в пространстве. Признаки параллельности и перпендикулярности прямых и плоскостей. Методика изучения пространственных фигур: многогранников и фигур вращения.

17. Координаты и векторы в пространстве. Прямоугольная система координат в пространстве. Расстояние между точками в пространстве. Вектор в пространстве. Действия над векторами. Координаты вектора. Уравнения прямой, сферы и плоскости в пространстве.

18. Введение понятий объема и площади поверхности пространственной фигуры. Формулы объема и площади поверхностей призмы, пирамиды, цилиндра, конуса.

## **Рекомендуемая литература**

### **Математика**

#### **а) основная литература:**

1. Жмуро́ва, И. Ю. Теория чисел : учебное пособие для вузов / И. Ю. Жмуро́ва, А. В. Игнато́ва. — Москва : Издательство Юрайт, 2024. — 52 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-13691-3. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/543918> (дата обращения: 21.01.2025).

2. Капкаева, Л. С. Математический анализ: теория пределов, дифференциальное исчисление : учебное пособие для вузов / Л. С. Капкаева. — 2-е изд., испр. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2024. — 246 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-04898-8. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/539687> (дата обращения: 21.01.2025).

3. Капкаева, Л. С. Математический анализ: интегральное исчисление : учебное пособие / Л. С. Капкаева ; Мордовский государственный педагогический университет. — Саранск : РИЦ МГПУ, 2020. — 184 с. — ISBN 978-5-8156-1128-3.

4. Ларин, С. В. Алгебра и теория чисел. Группы, кольца и поля : учебное пособие для вузов / С. В. Ларин. — 2-е изд., испр. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2024. — 160 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-05567-2. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/540008> (дата обращения: 21.01.2025).

5. Попов, В. Л. Аналитическая геометрия : учебник и практикум для вузов / В. Л. Попов, Г. В. Сухоцкий. — 2-е изд., перераб. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2025. — 232 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-03003-7. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/561201> (дата обращения: 21.01.2025).

6. Резниченко, С. В. Аналитическая геометрия в примерах и задачах в 2 ч. Часть 1 : учебник и практикум для вузов / С. В. Резниченко. — 2-е изд., испр. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2024. — 302 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-02936-9. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/537920> (дата обращения: 21.01.2025).

7. Резниченко, С. В. Аналитическая геометрия в примерах и задачах в 2 ч. Часть 2 : учебник и практикум для вузов / С. В. Резниченко. — 2-е изд., испр. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2024. — 288 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-02938-3. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/539096> (дата обращения: 21.01.2025).

8. Садовничая, И. В. Математический анализ: определенный интеграл в 2 ч. Часть 1 : учебное пособие для вузов / И. В. Садовничая, Е. В. Хорошилова. — 2-е изд., перераб. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2024. — 242 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-05714-0. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/539812> (дата обращения: 21.01.2025).

9. Татарников, О. В. Линейная алгебра : учебник для вузов / О. В. Татарников, А. С. Чуйко, В. Г. Шершнев ; под общей редакцией О. В. Татарникова. — Москва : Издательство Юрайт, 2025. — 273 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-19275-9. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/556226> (дата обращения: 21.01.2025).

10. Хорошилова, Е. В. Математический анализ: неопределенный интеграл : учебное пособие для вузов / Е. В. Хорошилова. — 2-е изд., перераб. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2024. — 187 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-05715-7. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/539813> (дата обращения: 21.01.2025).

**б) дополнительная литература:**

1. Архипов, Г. И. Лекции по математическому анализу [Текст] : учеб.для вузов / Г. И. Архипов, В. А. Садовничий, В. Н. Чубариков. – 4-е изд., испр. – М. : Дрофа, 2004. – 639 с. – 129 экз.

2. Баврин, И. И. Высшая математика для педагогических направлений : учебник для вузов / И. И. Баврин. — 2-е изд., перераб. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2023. — 568 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-12889-5. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/510933>

3. Беклемищев, Д. В. Курс аналитической геометрии и линейной алгебры / Д. В. Беклемищев. – 10-е изд., испр. – М. : ФИЗМАТЛИТ, 2005.

4. Кострикин А. И. Введение в алгебру. Линейная алгебра. – Изд. 3-е, испр. – М.: Физматлит, 2004.

5. Кудрявцев, Л. Д. Курс математического анализа [Текст] : Учеб. для вузов: В 2-х т. Т. 2 : Ряды. Дифференциальное и интегральное исчисление функций многих переменных / Л. Д. Кудрявцев. – 5-е изд.; перераб. и доп. – М. : Дрофа, 2004, 2006. – 720 с.

6. Максимова, О. Д. Математический анализ в примерах и задачах. Предел числовой последовательности : учебное пособие для вузов / О. Д. Максимова. — 2-е изд., стер. — Москва : Издательство Юрайт, 2022. — 177 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-07208-2. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/494209>.

7. Максимова, О. Д. Математический анализ в примерах и задачах. Предел функции : учебное пособие для вузов / О. Д. Максимова. — 2-е изд., стер. — Москва : Издательство Юрайт, 2022. — 200 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-07222-8. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/494208>.

8. Математический анализ. Вещественные числа и последовательности : учебное пособие для вузов / И. В. Садовничая, Т. Н. Фоменко, Е. В. Хорошилова ; под общей редакцией В. А. Ильина. — 2-е изд., перераб. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2022. — 109 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-08461-0. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/493096>.

9. Тер-Крикоров А. М. Курс математического анализа : учебное пособие для вузов / А. М. Тер-Крикоров, М. И. Шабунин. – 5-е изд. – М. : БИНОМ. Лаборатория знаний, 2013. – 672 с.

## **Теория и методика обучения математике**

### **а) основная литература:**

1. Далингер, В. А. Методика обучения математике. Когнитивно-визуальный подход : учебник для вузов / В. А. Далингер, С. Д. Симонженков. — 2-е изд., перераб. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2024. — 340 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-09596-8. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/537763> (дата обращения: 21.01.2025).
2. Далингер, В. А. Методика обучения математике. Обучение учащихся доказательству теорем : учебное пособие для вузов / В. А. Далингер. — 2-е изд., испр. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2024. — 338 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-05736-2. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/539943> (дата обращения: 21.01.2025).
3. Далингер, В. А. Методика обучения началам математического анализа : учебник и практикум для вузов / В. А. Далингер. — 2-е изд., испр. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2025. — 162 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-09598-2. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/561781> (дата обращения: 21.01.2025).
4. Журавлева, О. Н. Теория и практика реализации исторического подхода в обучении математике : монография / О. Н. Журавлева ; Мордов. гос. пед. ин-т. — Саранск, 2015. — 138 с.
5. Иванова, Т. А. Теория и технология обучения математике в средней школе : учеб. пособие / Т. А. Иванова [и др.] — Н. Новгород : НГПУ, 2009. — 355 с.
6. Капкаева, Л. С. Теория и методика обучения математике: частная методика : учебное пособие для вузов / Л. С. Капкаева. — 3-е изд., испр. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2024. — 519 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-18620-8. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/545166> (дата обращения: 21.01.2025).
7. Методика обучения математике : учебник для вузов / Н. С. Подходова [и др.] ; под редакцией Н. С. Подходовой, В. И. Снегуровой. — Москва : Издательство Юрайт, 2025. — 566 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-11347-1. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/568559> (дата обращения: 21.01.2025).
8. Методика обучения математике. Формирование приемов математического мышления : учебное пособие для вузов / Н. Ф. Талызина [и др.] ; под редакцией Н. Ф. Талызиной. — 2-е изд., перераб. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2024. — 193 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-06315-8. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/540707> (дата обращения: 21.01.2025).
9. Саранцев, Г. И. Методика обучения математике в средней школе: методология и теория: учебное пособие для студентов высших учебных

заведений по направлению «Педагогическое образование» / Г. И. Саранцев. – Казань : Центр инновационных технологий, 2012. – 362с.

10. Саранцев, Г. И. Методика обучения геометрии: учебное пособие для студентов вузов по направлению «Педагогическое образование» / Г. И. Саранцев. – Казань : Центр инновационных технологий, 2011. – 228 с.

### **6) дополнительная литература:**

1. Байдак, В. А. Теория и методика обучения математике: наука, учебная дисциплина. Монография / В. А. Байдак. – Москва : Флинта, 2016. – 264 с. – ISBN 978-5-9765-1156-9. – URL: <https://ibooks.ru/bookshelf/23471/reading>. – Текст: электронный.

2. Далингер, В. А. Методика обучения стереометрии посредством решения задач : учебное пособие для вузов / В. А. Далингер. — 2-е изд., испр. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2024. — 370 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-09587-6. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/539629> (дата обращения: 21.01.2025).

3. Далингер, В. А. Методика обучения математике. Поисково-исследовательская деятельность учащихся : учебник и практикум для вузов / В. А. Далингер. – 2-е изд., испр. и доп. – М. : Издательство Юрайт, 2017. – 460 с.

4. Гусев, В. А. Психолого-педагогические основы обучения математике / В. А. Гусев. – М. : ООО «Издательство «Вербум – М», ООО «Издательский центр «Академия», 2008. – 432 с.

5. Егорченко, И. В. Методика изучения элементов комбинаторики, теории вероятностей и математической статистики: учеб. пособие / И. В. Егорченко. – Саранск, 2011. – 286 с.

6. Егупова, М.В. Практико-ориентированное обучение математике в школе [Электронный ресурс] : учебное пособие / М.В. Егупова. – М. : АСМС, 2014. – 239 с. – Режим доступа: <http://www.biblioclub.ru>

7. Звонников, В. И. Современные средства оценивания результатов обучения : учеб. пособие для студ. высш. учеб. заведений / В. И. Звонников [и др.]. – 3-е изд., стер. – М. : Академия, 2009. – 224 с.

8. Иванова, Т. А. Современный урок математики: теория, технология, практика: кн. для учителя / Т. А. Иванова. – Н. Новгород : НГПУ, 2010. – 288 с.

9. Кальт, Е. А. Организация адаптивной системы обучения математике учащихся 5–6 классов [Электронный ресурс] : учебное пособие / Е. А. Кальт. – М. : Флинта, 2015. – 90 с. – Режим доступа: <http://www.biblioclub.ru>

10. Капкаева, Л. С. Интеграция алгебраического и геометрического методов в среднем математическом образовании: Монография / Л. С. Капкаева // Мордов. гос. пед. ин-т. – Саранск, 2004. – 287 с.

11. Основные математические понятия : учеб. пособие / М. В. Воронов [и др.]. – Псков : Изд-во ПсПИ, 2008. – 104 с.

12. Саранцев, Г. И. Обучение математическим доказательствам и опровержениям в школе [текст] / Г. И. Саранцев. – М. : Владос, 2005. – 183с.

13. Саранцев, Г. И. Упражнения в обучении математике / Г. И. Саранцев. – М. : Просвещение, 2005. – 255с.
14. Саранцев, Г. И. Как сделать обучение математике интересным: кн. для учителя / Г. И. Саранцев. – М. : Просвещение, 2011. – 160 с.
15. Темербекова, А. А. Методика обучения математике : учеб. пособие / А. А. Темербекова, И. В. Чугунова, Г. А. Байгонакова. – СПб. : Лань, 2015. – 510 с.
16. Фирстова, Н. И. Эстетическое воспитание при обучении математике в средней школе [Электронный ресурс]: учебное пособие / Н. И. Фирстова. – М. : Прометей, 2013. – 128 с. – Режим доступа: <http://www.biblioclub.ru>
17. Хрестоматия по методике математики: Обучение через задачи: пособие для студентов, аспирантов и преподавателей / Сост. М. И. Зайкин, С. В. Арюткина. – Арзамас: АГПИ, 2005. – 300 с.
18. Шелехова, Л. В. Обучение решению сюжетных задач по математике [Электронный ресурс]: учебно-методическое пособие / Л. В. Шелехова. – М.: Берлин :Директ-Медиа, 2015. – 166 с. – Режим доступа: <http://www.biblioclub.ru>
19. Яшин, Б. Л. Математика в контексте философских проблем [Электронный ресурс]: учебное пособие / Б. Л. Яшин. – М.; Берлин :Директ-Медиа, 2015. – 110 с. – Режим доступа: <http://www.biblioclub.ru>
- в) электронно-образовательные ресурсы**
1. <http://www.mpgu.edu/about/biblioteka/> (Библиотека Московского педагогического государственного университета);
2. <http://www.univer5.ru/pedagogika/pedagogika/Page-54.html> (Педагогика. Инновации в высшей школе);
3. [www.ug.ru](http://www.ug.ru) (Официальный сайт учительской газеты);
4. <http://www.eidos.ru/journal/2005/0910-26.htm> (Интернет-журнал «Эйдос». Инновации в образовании).
5. Федеральный портал Российской образование [http://www.edu.ru/index.php?page\\_id=242](http://www.edu.ru/index.php?page_id=242) –
6. Каталог образовательных интернет-ресурсов [http://www.edu.ru/index.php?page\\_id=6](http://www.edu.ru/index.php?page_id=6) –
7. Библиотека портала –[http://www.edu.ru/index.php?page\\_id=242](http://www.edu.ru/index.php?page_id=242) –
8. Научная электронная библиотека eLIBRARY.RU <http://elibrary.ru/defaultx.asp> –
9. Научная онлайн-библиотека Порталус– <http://www.portalus.ru/> –
10. Электронная библиотека учебников. <http://studentam.net/content/category/1/2/5/> –
11. <http://www.mathnet.ru/>. (Общероссийский математический портал. Math-Net.Ru)
12. [http://exponenta.ru.](http://exponenta.ru) (Образовательный математический сайт EXPonenta.ru)
15. URL :[www.ug.ru](http://www.ug.ru) (Официальный сайт учительской газеты);
16. <http://www.tspu.ru/student> (Инновации в образовании: понятие, сущность, характеристика и классификация)

## Примерные вопросы к экзамену

1. Опишите поле комплексных чисел. Приведите алгебраическую и тригонометрическую формы записи комплексного числа и геометрическую интерпретацию действий над комплексными числами. Объясните решение уравнений в поле комплексных чисел.
2. Введите понятие многочлена от одной переменной над полем. Сформулируйте теорему о делении с остатком и теорему Безу. Объясните НОД многочленов и алгоритм Евклида. Сформулируйте теорему о разложении многочлена на неприводимые множители.
3. Введите понятие векторного пространства. Приведите примеры и свойства векторных пространств. Опишите подпространства и фактор пространства. Объясните изоморфизм векторных пространств.
4. Введите понятие системы линейных уравнений. Опишите равносильные системы и элементарные преобразования. Объясните решение системы линейных уравнений методом последовательного исключения переменных.
5. Введите понятие определителя квадратной матрицы. Опишите свойства определителей. Объясните правило Крамера для решения системы  $n$ -линейных уравнений с  $m$  переменными.
6. Опишите простые числа. Объясните бесконечность множества простых чисел. Сформулируйте основную теорему арифметики.
7. Опишите действительные числа и их свойства. Объясните построение модели действительных чисел.
8. Опишите различные пути аксиоматического построения евклидовой геометрии. Объясните непротиворечивость, независимость и полноту системы аксиом. Опишите систему аксиом плоскости Лобачевского. Объясните взаимное расположение прямых на плоскости. Приведите интерпретацию системы аксиом.
9. Опишите векторное пространство, линейно-зависимые и линейно-независимые совокупности векторов, базис векторного пространства. Объясните действия с векторами: сложение, вычитание, скалярное произведение.
10. Раскройте сущность метода координат на плоскости и в пространстве. Приведите уравнение прямой на плоскости. Опишите взаимное расположение прямых на плоскости, расстояние от точки до прямой, угол между двумя прямыми, векторное и смешанное произведения векторов. Объясните вычисление площади треугольника и объема тетраэдра координатным методом.
11. Опишите понятие многогранника, виды многогранников. Введите понятие выпуклого многогранника. Сформулируйте теорему Эйлера для многогранников.
12. Сформулируйте определение предела числовой последовательности и его свойства. Опишите последовательность Коши, сформулируйте критерий Коши сходимости последовательности. Объясните поведение монотонных и ограниченных числовых последовательностей.
13. Сформулируйте определение предела функции в точке и свойства

пределов. Опишите бесконечно малые и бесконечно большие функции, их свойства. Приведите замечательные пределы и объясните их применение.

14. Сформулируйте определение непрерывности функции в точке. Введите понятие точки разрыва и приведите классификацию точек разрыва. Объясните свойства функций, непрерывных на отрезке.

15. Сформулируйте определение производной и дифференциала функции в точке. Опишите геометрический и физический смыслы производной и дифференциала. Приведите уравнение касательной к графику дифференцируемой функции. Сформулируйте необходимое и достаточное условие дифференцируемости функции в точке. Объясните правила дифференцирования суммы, произведения, частного и композиции функций.

16. Опишите производные и дифференциалы высших порядков. Сформулируйте теоремы Ферма, Ролля, Лагранжа, Коши. Объясните правила Лопиталя для раскрытия неопределенностей. Приведите формулу Тейлора и объясните её применение.

17. Опишите понятие локального экстремума функции. Объясните схему исследования функции на экстремум с помощью производной.

18. Введите понятия первообразной и неопределенного интеграла. Опишите основные методы интегрирования. Опишите понятие определенного интеграла и сформулируйте его свойства. Приведите формулу Ньютона-Лейбница. Опишите несобственные интегралы и их свойства.

19. Введите понятие числового ряда и его сходимости. Сформулируйте необходимое условие сходимости числового ряда и признаки сходимости рядов с неотрицательными членами: сравнения, Даламбера, Коши, интегральный. Опишите абсолютно и условно сходящиеся ряды и их свойства. Объясните применение признака Лейбница.

20. Сформулируйте определение частных производных и дифференциала. Опишите правила нахождения частных производных и дифференциала. Объясните схему исследования функции двух переменных на локальный экстремум.

21. Сформулируйте определение кратного интеграла и критерий интегрируемости. Опишите двойной и тройной интегралы. Объясните сведение двойного и тройного интегралов к повторному, замену переменных в двойном и тройном интеграле.

22. Дайте определение криволинейных интегралов первого и второго рода и опишите их свойства. Приведите формулу Грина, устанавливающую связь криволинейного интеграла с двойным интегралом.

23. Опишите обыкновенные дифференциальные уравнения первого порядка, уравнения с разделяющимися переменными, однородные уравнения, линейные уравнения. Объясните схему их решения. Раскройте методику обучения дифференциальным уравнениям в профильной школе.

24. Опишите методическую систему «Обучение математике», предмет методики обучения математике, связь методики обучения математике с другими научными областями, методы методики обучения математике. Дайте

характеристику предметной области «Математика и информатика» в соответствии с содержанием ФГОС основного и среднего общего образования.

25. Сформулируйте цели и раскройте содержание обучения математике в средней школе. Опишите понятие образования, цели образования, влияние предмета математики на цели образования, понятие гуманизации и гуманитаризации математического образования, содержание математического образования, реформы среднего математического образования.

26. Опишите методику формирования математических понятий. Объясните, что такое содержание и объем понятия. Какие существуют виды определений понятий? Приведите примеры.

27. Опишите методику изучения теорем, виды теорем. Раскройте сущность методики обучения доказательству теорем.

28. Раскройте роль задач в обучении математике. Опишите понятие задачи, классификацию задач, методику обучения решению математических задач.

29. Опишите методы обучения математике: понятие метода обучения, классификацию методов обучения, дидактические системы обучения, технологии обучения.

30. Опишите контроль знаний и умений учащихся при обучении математике: типы, цели, функции контроля, требования к контролю и его компоненты, виды, формы и средства контроля, способы оценивания, ошибки и недочеты.

31. Опишите урок математики, его структуру, основные требования к современному уроку, типы уроков, нестандартные уроки математики, организацию самостоятельной работы учащихся на уроке. Раскройте сущность деятельностного подхода и особенности его реализации в обучении математике.

32. Раскройте содержание линии уравнений и неравенств в школьном курсе математики. Опишите методику решения задач на составление уравнений.

33. Раскройте содержание функциональной линии в школьном курсе алгебры. Опишите методическую схему изучения функций в курсе алгебры основной школы (на примере конкретного вида функции).

34. Опишите методику введения понятия производной в школьном курсе алгебры и начал математического анализа. Раскройте методику применения производной к исследованию функций.

35. Опишите методику формирование понятия интеграла в школьном курсе алгебры и начал математического анализа. Раскройте методику изучения приложений определенного интеграла.

36. Опишите методику обучения геометрии в основной школе: цели, содержание, структуру курса, различные подходы к построению школьного курса геометрии. Раскройте методику проведения первых уроков геометрии в основной школе: основные понятия геометрии и их свойства, роль наглядности при изучении первых разделов геометрии.

37. Опишите методику изучения фигур на плоскости: формирование понятия многоугольника, методику изучения частных видов многоугольников (треугольников, четырехугольников, правильных многоугольников).

Сформулируйте определения понятий «окружность» и «круг». Опишите взаимное расположение окружностей, прямой и окружности на плоскости.

38. Раскройте сущность координатного и векторного методов. Опишите этапы формирования координатного и векторного методов решения задач в школьном курсе математики.

39. Опишите методику проведения первых уроков стереометрии: основные понятия стереометрии и их свойства, методику изучения аксиом, методику доказательства первых теорем, роль наглядности при изучении первых разделов стереометрии.

40. Опишите методику изучения параллельности и перпендикулярности в пространстве: классификацию взаимного расположения прямых и плоскостей в пространстве, признаки параллельности и перпендикулярности прямых и плоскостей. Раскройте методику изучения пространственных фигур: многогранников и тел вращения.

41. Формирование мотивации обучающихся средствами математики в основной школе.

42. Формирование мотивации обучающихся средствами математики в средней школе.

43. Формирование функциональной грамотности обучающихся на уроках математики в школе.

44. Интеграция алгебраического и геометрического методов в среднем математическом образовании: понятие, способы, формы.

45. Профессиональная ориентация обучающихся средствами математики: приемы, методы, формы.

46. Использование информационных технологий в обучении математике учащихся средней школы.

47. Реализация преемственности в обучении математике учащихся старших классов между школой и вузом: основные направления, способы, формы.

48. История становления и развития теории и методики обучения математике.

***Примечание:***

1. Во время экзамена с аспирантами проводится собеседование по дополнительной программе кандидатского экзамена.

2. При подготовке к экзамену и ответам по билету аспиранту необходимо ориентироваться на программу кандидатского экзамена. Особое внимание следует обратить на знание дидактических единиц в блоке по теории и методике обучения математике. Данное знание актуализируется аспирантом во время ответа на экзамене в контексте содержания всех вопросов билета.