

**МИНИСТЕРСТВО ПРОСВЕЩЕНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«МОРДОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ПЕДАГОГИЧЕСКИЙ
УНИВЕРСИТЕТ ИМЕНИ М. Е. ЕВСЕВЬЕВА»**

«УТВЕРЖДАЮ»

**Проректор по научной работе и
инновационной деятельности**

Г. И. Шукшина

2026 г.



ПРОГРАММА

**ВСТУПИТЕЛЬНОГО ИСПЫТАНИЯ ДЛЯ
ПОСТУПАЮЩИХ ПО ПРОГРАММАМ ПОДГОТОВКИ НАУЧНЫХ И
НАУЧНО-ПЕДАГОГИЧЕСКИХ КАДРОВ В АСПИРАНТУРУ**

**Научная специальность - 5.8.2. Теория и методика обучения и
воспитания (математика).**

Саранск 2026

Программа подготовлена в соответствии с Федеральными государственными требованиями к структуре программ подготовки научных и научно-педагогических кадров в аспирантуре (адъюнктуре), условиями их реализации, сроками освоения этих программ с учетом различных форм обучения, образовательных технологий и особенностей отдельных категорий аспирантов (адъюнктов), утвержденных Министерством науки и высшего образования Российской Федерации «20» октября 2021 г. № 951

Составитель программы:

Капкаева Лидия Семеновна, доктор педагогических наук, профессор кафедры математики, экономики и методик обучения.

Программа утверждена на заседании кафедры математики, экономики и методик обучения, протокол № 5 от 18 декабря 2025 г.

Зав. кафедрой математики, экономики и методик обучения

«18» декабря 2025 г.



И. В. Ульянова

Программа утверждена на заседании совета физико-математического факультета, протокол № 5 от 26 декабря 2025 г.

Председатель совета факультета

«26» декабря 2025 г.



М. В. Ладошкин

Пояснительная записка

Программа вступительного испытания в аспирантуру по научной специальности 5.8.2. Теория и методика обучения и воспитания (математика) разработана в соответствии с Федеральными государственными требованиями по программам как специалитета, так и магистратуры, и дает возможность оценить качество знаний поступающих в аспирантуру по данному профилю.

К освоению данной программы допускаются лица, имеющие высшее образование (уровень специалитет, магистратура).

Цель вступительного испытания – выявление уровня подготовки поступающего по методологии, теории и методике обучения математике и её приложениям, культуры профессионального мышления, готовности к научно-исследовательской деятельности.

Основные задачи вступительного испытания:

– выяснить область научно-практических и личных интересов поступающего;

– оценить потенциальные возможности поступающего, обеспечивающие усвоение и развитие компетенций исследователя, преподавателя-исследователя в области теории и методики обучения математике;

– проверить базовые знания по математике, теории и методике обучения математике, предъявляемые к поступающему данной программой.

Программа вступительного испытания интегрирует знания по высшей математике (алгебре и теории чисел, геометрии, математическому анализу) и методике обучения математике.

На вступительном испытании поступающие в аспирантуру должны проявить профессиональные компетенции: универсальные, общепрофессиональные, специальные, что должно отразиться в их представлениях:

– о синтезе математики, теории и методики ее познания (исследования);
– о математике как науке и составной части культуры;
– о закономерностях развития математической науки в соотношении с закономерностями исторического процесса;

– о разных научных подходах к обучению математике и воспитанию средствами математики;

– о методологических основах современного математического образования в школе;

– об истории отечественной методической мысли, об исторической смене средств, форм, методов и приемов обучения математике.

Поступающий в аспирантуру должен:

знать:

1. Математика

- основные понятия алгебры и теории чисел;
- основные числовые системы и способы их построения;
- методы решения систем линейных уравнений;
- аксиоматический метод построения геометрии;

- различные группы преобразований плоскости;
- сущность векторного и координатного методов на плоскости и в пространстве;
- основы теории изображений плоских и пространственных фигур (в параллельной проекции);
- определение и примеры топологических многообразий;
- основные свойства линий и поверхностей в евклидовом пространстве;
- основные понятия теории множеств;
- действительные числа и их свойства;
- понятие функции, способы её задания, элементарные функции и их классификацию;
- основные понятия теории пределов, методы вычисления пределов;
- основные понятия дифференциального исчисления (производная, дифференциал), правила вычисления производной и дифференциала;
- основные понятия интегрального исчисления (первообразная, неопределенный интеграл, определенный интеграл), методы вычисления интеграла;
- основные понятия теории рядов и методы исследования рядов на сходимость.

2. Методика обучения математике

- историю и состояние математики в ее поступательном развитии и в персоналиях;
- методологию методики обучения математике;
- основные закономерности функционирования методической системы;
- теоретические основы математического образования;
- ключевые проблемы теории и методики обучения математике,
- методические концепции обучения понятиям, теоремам, методам, задачам;
- принципы и технологии создания авторских программ, учебно-методических материалов;
- современные средства оценивания результатов обучения математике;
- особенности проведения педагогического эксперимента.

уметь:

- применять методы элементарной и высшей математики к решению математических и практико-ориентированных задач;
- свободно ориентироваться в основных положениях методологии, теории (объект и предмет исследования, методы исследования) методики обучения математике, её приложениях;
- анализировать современный учебно-воспитательный процесс с использованием понятийного языка теории и методики обучения математике;
- применять традиционные и инновационные технологии современного урока математики;
- применять методы, приемы, формы обучения математике, создавать новые технологии обучения математике;

- объяснять особенности построения, содержания и методического аппарата современных учебников математики;
- применять информационные технологии в обучении математике;
- обобщать опыт работы учителей математики;
- адекватно использовать современные средства оценивания результатов обучения математике;
- проводить педагогический эксперимент.

владеть:

- методами решения задач элементарной математики, основных типов и видов задач высшей математики;
- методологией методики обучения математике;
- профессиональной математической и методической терминологией и речью, аргументацией, методами педагогического исследования;
- способностью выделять и анализировать педагогические проблемы в области методики обучения математике.

Структура и форма вступительного испытания

Вступительное испытание в аспирантуру проводится в устной форме и предполагает:

- собеседование по вопросам в соответствии с предлагаемой программой;
- собеседование на основе реферата по теории и методике обучения математике.

СОДЕРЖАНИЕ ПРОГРАММЫ

РАЗДЕЛ 1. МАТЕМАТИКА

Алгебраические структуры. Понятие кольца. Простейшие свойства колец. Поле. Простейшие свойства полей. Поле комплексных чисел. Геометрическое представление комплексных чисел. Тригонометрическая форма комплексных чисел. Действия над комплексными числами в тригонометрической форме.

Линейные отображения и евклидовы пространства. Евклидово векторное пространство. Линейная зависимость и независимость системы векторов, базис и ранг конечной системы векторов. Свойства скалярного произведения векторов.

Делимость в кольце целых чисел. Теория сравнений с арифметическими приложениями. Определение и основные свойства делимости. Наибольший общий делитель (НОД) двух и нескольких чисел и алгоритм Евклида. Взаимно простые числа. Наименьшее общее кратное (НОК) чисел. Бесконечность множества простых чисел. Решето Эратосфена. Основная теорема арифметики. Каноническое разложение составного числа. Числовые функции. Функция Эйлера.

Многочлены от одной и нескольких переменных. Понятие многочлена над кольцом или полем. Степень произведения двух многочленов. Деление многочлена на двучлен $x - a$ и корни многочлена. Теорема о делении с

остатком. Неприводимые над полем многочлены. Разложение многочлена в произведение неприводимых нормированных множителей и его единственность. Кратные корни многочлена. Симметрические многочлены и их свойства. Теорема Безу о корнях многочлена. Основная теорема о симметрических многочленах. Теорема Виета.

Элементы векторной алгебры. Метод координат на плоскости и в пространстве. Векторное пространство. Линейно-зависимые и линейно-независимые совокупности векторов. Базис векторного пространства. Действия с векторами. Виды систем координат. Координаты точки. Деление отрезка в данном отношении. Уравнение прямой на плоскости. Взаимное расположение прямых на плоскости. Расстояние от точки до прямой. Угол между двумя прямыми. Векторное и смешанное произведения векторов. Вычисление площади треугольника, объема тетраэдра. Различные способы задания плоскости. Общее уравнение плоскости. Взаимное расположение двух, трех плоскостей. Уравнение прямой в пространстве. Взаимное расположение двух прямых, прямой и плоскости.

Преобразования плоскости и пространства. Виды геометрических преобразований. Движения плоскости. Аналитическое выражение движения. Осевая симметрия, разложение движений в произведение симметрий. Классификация движений плоскости. Преобразование подобия. Гомотетия. Приложение геометрических преобразований к решению задач. Выпуклые многоугольники и многогранники. Доказательство существования правильных многогранников.

Линии и поверхности второго порядка. Эллипс, гипербола, парабола: определение, каноническое уравнение, свойства. Фокусы и директрисы линий второго порядка. Уравнение линий второго порядка в полярных координатах. Цилиндрические и конические поверхности второго порядка. Конические сечения и поверхности вращения. Эллипсоиды, гиперболоиды, параболоиды. Прямолинейные образующие поверхностей второго порядка.

Основания геометрии, неевклидовы геометрии. Понятие об интерпретации системы аксиом. Непротиворечивость, независимость, полнота системы аксиом. Определение прямых, плоскостей, лучей, отрезков, углов. Система аксиом школьного курса геометрии и ее связь с аксиоматикой Вейля. Длина отрезка, аксиомы. Теорема существования и единственности. Площадь многоугольника. Теорема существования и единственности. Равновеликость и равносторонность. Геометрия до Евклида, «Начала» Евклида, критика системы Евклида. Пятый постулат Евклида. Система аксиом Гильберта. Н. И. Лобачевский и его геометрия.

Действительные числа. Теория пределов. Понятие числовой последовательности и способы её задания. Предел числовой последовательности. Свойства сходящихся последовательностей. Поведение монотонных и ограниченных числовых последовательностей. Число e . Определение предела функции. Свойства пределов. Односторонние пределы. Бесконечно малые и бесконечно большие функции. Замечательные пределы. Непрерывность функции в точке. Понятие о точках разрыва и их

классификация. Свойства функций, непрерывных на отрезке.

Дифференциальное исчисление функций одной переменной. Задачи, приводящие к понятию производной. Определение дифференцируемости функции и производной. Производные основных элементарных функций. Геометрический и физический смыслы дифференцируемости и производной. Уравнение касательной к графику дифференцируемой функции. Необходимое и достаточное условие дифференцируемости. Правила дифференцирования функций. Таблица производных элементарных функций. Дифференциал, его геометрический и физический смыслы. Производные и дифференциалы высших порядков. Основные теоремы дифференциального исчисления (Ферма, Ролля, Лагранжа, Коши). Правило Лопиталю. Формула Тейлора. Экстремум функции, исследование функции на экстремум с помощью производной. Выпуклость и точки перегиба графика функции. Асимптоты.

Интегральное исчисление функций одной переменной. Первообразная функции и неопределенный интеграл. Таблица неопределенных интегралов. Основные методы интегрирования. Задачи, приводящие к понятию определенного интеграла. Интегральные суммы Римана и определенный интеграл. Необходимое условие интегрируемости функции. Критерий интегрируемости. Определенный интеграл с переменным верхним пределом и его свойства. Формула Ньютона-Лейбница. Несобственные интегралы и их свойства.

Теория рядов в действительной области. Понятие числового ряда и его суммы. Сходящиеся и расходящиеся числовые ряды. Необходимое условие сходимости. Гармонический ряд. Сходимость рядов с неотрицательными членами. Признаки сходимости: сравнения, Даламбера, Коши, интегральный. Знакопередающиеся ряды. Признак Лейбница. Абсолютно и условно сходящиеся ряды и их свойства. Понятие о функциональных рядах.

Дифференциальные уравнения. Обыкновенные дифференциальные уравнения первого порядка. Уравнения с разделяющимися переменными. Однородные уравнения. Линейные уравнения. Линейные дифференциальные уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами.

РАЗДЕЛ 2. МЕТОДИКА ОБУЧЕНИЯ МАТЕМАТИКЕ

Методическая система «Обучение математике». Предмет методики обучения математике. Связь методики обучения математике с другими научными областями. Методы методики обучения математике. Характеристика образовательной области «Математика». Математическая и учебная задачи.

Цели и содержание обучения математике в средней школе. Понятие образования. Цели образования. Влияние предмета математики на цели образования. Гуманизация и гуманитаризация математического образования. Цели обучения математике. Функции обучения математике. Содержание математического образования. Воспитание в процессе обучения математике. Реформы среднего математического образования. Содержание ФГОС основного и среднего общего образования.

Формирование математических понятий. Содержание и объем понятия. Виды определений. Классификация понятий. Методика формирования математических понятий.

Методика изучения теорем. Виды теорем. Этапы изучения теорем. Организация работы с теоремой. Обучение доказательству теорем.

Методика обучения решению математических задач. Понятие задачи, классификация задач, упражнения. Роль задач в обучении математике. Методика обучения решению математических задач.

Методы обучения математике. Понятие метода обучения математике. Классификация методов обучения математике. Дидактические системы обучения. Технологии обучения. Компетентностный подход к обучению математике и его реализация.

Контроль знаний и умений учащихся при обучении математике. Контроль: типы, цели, функции. Требования к контролю и его компоненты. Виды, формы и средства контроля. Оценка и отметка. Способы оценивания. Ошибки и недочеты.

Организация обучения математике. Урок математики, его структура. Основные требования к уроку, типы уроков. Подготовка учителя к уроку. Анализ урока. Организация самостоятельной работы учащихся на уроке. Нестандартные уроки математики. Индивидуализация и дифференциация в обучении математике. Внеклассная работа по математике.

Компетентностный подход к обучению математике. Сущность компетентностного подхода и его реализация в обучении математике. Деятельностный подход и особенности его реализации в обучении математике.

Технологический подход к обучению математике. История становления технологического подхода к обучению. Понятия «педагогическая технология», «образовательная технология», «технология обучения». Технология и методика обучения математике. Роль учителя при реализации технологического подхода к обучению математике.

Методика изучения основных линий школьного курса математики. Методика изучения числовой и функциональной линий, линии тождественных преобразований, линии уравнений и неравенств, элементов дифференциального и интегрального исчисления в школьном курсе алгебры и начал математического анализа. Методика изучения взаимного расположения прямых и плоскостей, многоугольников и многогранников, тел вращения, координат и векторов в школьном курсе геометрии.

Рекомендуемая литература

Основная литература

1. Математика

1. Баврин, И. И. Математический анализ : учебник и практикум для вузов / И. И. Баврин. — 2-е изд., испр. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2025. — 327 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-18666-6. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/560216> (дата обращения: 11.12.2025).

2. Жмурова, И. Ю. Теория чисел : учебное пособие для вузов / И. Ю. Жмурова, А. В. Игнатова. — Москва : Издательство Юрайт, 2024. — 52 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-13691-3. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/543918> (дата обращения: 11.12.2025).

3. Капкаева, Л. С. Математический анализ: теория пределов, дифференциальное исчисление : учебное пособие для вузов / Л. С. Капкаева. — 2-е изд., испр. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2024. — 246 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-04898-8. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/539687> (дата обращения: 11.12.2025).

4. Капкаева, Л. С. Математический анализ: интегральное исчисление : учебное пособие / Л. С. Капкаева ; Мордовский государственный педагогический университет. — Саранск : РИЦ МГПУ, 2020. — 184 с. — ISBN 978-5-8156-1128-3.

5. Ларин, С. В. Алгебра и теория чисел. Группы, кольца и поля : учебное пособие для вузов / С. В. Ларин. — 2-е изд., испр. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2024. — 160 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-05567-2. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/540008> (дата обращения: 11.12.2025).

6. Ларин, С. В. Числовые системы : учебник для вузов / С. В. Ларин. — 2-е изд., испр. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2025. — 130 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-19859-1. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/563869> (дата обращения: 11.12.2025).

7. Попов, В. Л. Аналитическая геометрия : учебник и практикум для вузов / В. Л. Попов, Г. В. Сухоцкий. — 2-е изд., перераб. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2025. — 232 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-03003-7. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/561201> (дата обращения: 11.12.2025).

8. Резниченко, С. В. Аналитическая геометрия в примерах и задачах в 2 ч. Часть 1 : учебник и практикум для вузов / С. В. Резниченко. — 2-е изд., испр. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2024. — 302 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-02936-9. — Текст : электронный //

Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/537920> (дата обращения: 11.12.2025).

9. Резниченко, С. В. Аналитическая геометрия в примерах и задачах в 2 ч. Часть 2 : учебник и практикум для вузов / С. В. Резниченко. — 2-е изд., испр. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2024. — 288 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-02938-3. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/539096> (дата обращения: 11.12.2025).

10. Садовничая, И. В. Математический анализ: определенный интеграл в 2 ч. Часть 1 : учебное пособие для вузов / И. В. Садовничая, Е. В. Хорошилова. — 2-е изд., перераб. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2024. — 242 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-05714-0. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/539812> (дата обращения: 11.12.2025).

11. Садовничая, И. В. Математический анализ: определенный интеграл в 2 ч. Часть 2 : учебное пособие для вузов / И. В. Садовничая, Е. В. Хорошилова. — 2-е изд., перераб. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2024. — 199 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-06672-2. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/539856> (дата обращения: 11.12.2025).

12. Татарников, О. В. Линейная алгебра : учебник для вузов / О. В. Татарников, А. С. Чуйко, В. Г. Шершнева ; под общей редакцией О. В. Татарникова. — Москва : Издательство Юрайт, 2025. — 273 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-19275-9. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/556226> (дата обращения: 11.12.2025).

13. Хорошилова, Е. В. Математический анализ: неопределенный интеграл : учебное пособие для вузов / Е. В. Хорошилова. — 2-е изд., перераб. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2024. — 187 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-05715-7. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/539813> (дата обращения: 11.12.2025).

2. Методика обучения математике

1. Бурмистрова, Е. В. Методы организации исследовательской и проектной деятельности обучающихся : учебник для вузов / Е. В. Бурмистрова, Л. М. Мануйлова. — Москва : Издательство Юрайт, 2025. — 115 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-15400-9. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/568286> (дата обращения: 11.12.2025).

2. Далингер, В. А. Методика обучения математике. Обучение учащихся доказательству теорем : учебное пособие для вузов / В. А. Далингер. — 2-е изд., испр. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2024. — 338 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-05736-2. — Текст : электронный //

Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/539943> (дата обращения: 11.12.2025).

3. Далингер, В. А. Методика обучения началам математического анализа : учебник и практикум для вузов / В. А. Далингер. — 2-е изд., испр. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2025. — 162 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-09598-2. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/561781> (дата обращения: 11.12.2025).

4. Капкаева, Л. С. Теория и методика обучения математике: частная методика : учебное пособие для вузов / Л. С. Капкаева. — 3-е изд., испр. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2024. — 519 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-18620-8. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/545166> (дата обращения: 11.12.2025).

5. Методика обучения математике : учебник для вузов / Н. С. Подходова [и др.] ; под редакцией Н. С. Подходовой, В. И. Снегуровой. — Москва : Издательство Юрайт, 2025. — 566 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-11347-1. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/568559> (дата обращения: 11.12.2025).

6. Методика обучения математике. Формирование приемов математического мышления : учебное пособие для вузов / Н. Ф. Талызина [и др.] ; под редакцией Н. Ф. Талызиной. — 2-е изд., перераб. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2024. — 193 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-06315-8. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/540707> (дата обращения: 11.12.2025).

7. Саранцев, Г. И. Методика обучения математике в средней школе: методология и теория: учебное пособие для студентов высших учебных заведений по направлению «Педагогическое образование» / Г. И. Саранцев. — Казань : Центр инновационных технологий, 2012. — 362 с.

8. Саранцев, Г. И. Методика обучения геометрии: учебное пособие для студентов вузов по направлению «Педагогическое образование» / Г. И. Саранцев. — Казань : Центр инновационных технологий, 2011. — 228 с.

9. Стеклов, В. А. Математика и ее значение для человечества / В. А. Стеклов. — Москва : Издательство Юрайт, 2025. — 204 с. — (Антология мысли). — ISBN 978-5-534-08325-5. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/563283> (дата обращения: 11.12.2025).

10. Фокин, Ю. Г. Теория и технология обучения. Деятельностный подход : учебное пособие для вузов / Ю. Г. Фокин. — 4-е изд., перераб. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2025. — 237 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-19704-4. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/556936> (дата обращения: 11.12.2025).

Дополнительная литература

1. Математика

1. Атанасян, Л. С. Геометрия. Ч.1., Ч.2 учеб. пособие для студентов физ.-мат. фак. пед. ин-тов /Л. С. Атанасян, В.Т. Базылев. – М.: Просвещение, 1986.

2. Баврин, И. И. Высшая математика для педагогических направлений : учебник для вузов / И. И. Баврин. — 2-е изд., перераб. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2025. — 568 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-12889-5. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/560215> (дата обращения: 11.12.2025).

3. Бухштаб, А. А. Теория чисел [Электронный ресурс] : учебное пособие / А.А. Бухштаб. – Санкт-Петербург : Лань, 2024. – 384 с. – Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/421439>

4. Дорофеева, А. В. Высшая математика для гуманитарных направлений : учебник для вузов / А. В. Дорофеева. — 3-е изд., перераб. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2025. — 422 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-17098-6. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/559918> (дата обращения: 11.12.2025).

5. Дубровин, Б. А. Современная геометрия. Методы и приложения / Б. А. Дубровин, С. П. Новиков, А. Т. Фоменко, 2-е изд., перераб. – М. : Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит., 1986. – 760 с.

6. Ильин, В. А. Математический анализ в 2 ч. Часть 1 в 2 кн. Книга 2 : учебник для вузов / В. А. Ильин, В. А. Садовничий, Б. Х. Сендов. — 4-е изд., перераб. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2025. — 315 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-07069-9. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/562116> (дата обращения: 11.12.2025).

7. Тыртышников, Е. Е. Основы алгебры : учебник / Е. Е. Тыртышников. – Москва : Физматлит, 2017. – 464 с. – Режим доступа: по подписке. – URL: <https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=485535> (дата обращения: 11.12.2025).

8. Чеголин, А. П. Линейная алгебра и аналитическая геометрия : учебное пособие : [16+] / А. П. Чеголин ; Южный федеральный университет. – Ростов-на-Дону : Южный федеральный университет, 2015. – 149 с. – Режим доступа: по подписке. – URL: <https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=445132> (дата обращения: 11.12.2025). – Текст: электронный.

2. Методика обучения математике

1. Байдак В. А. Теория и методика обучения математике: наука, учебная дисциплина 2-е изд., стереотип. Москва: Флинта, 2011. – 256 с.

2. Далингер, В. А. Методика обучения математике. Когнитивно-визуальный подход : учебник для вузов / В. А. Далингер, С. Д. Симонженков. — 2-е изд., перераб. и доп. — Москва : Издательство

Юрайт, 2025. — 340 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-09596-8. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/561784> (дата обращения: 11.12.2025).

3. Далингер, В. А. Методика обучения математике. Поисково-исследовательская деятельность учащихся : учебник и практикум для вузов / В. А. Далингер. — 2-е изд., испр. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2025. — 460 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-09597-5. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/561783> (дата обращения: 11.12.2025).

4. Егорченко, И. В. Методика изучения элементов комбинаторики, теории вероятностей и математической статистики: учеб. пособие / И. В. Егорченко. — Саранск, 2011. — 286 с.

5. Егупова, М. В. Практико-ориентированное обучение математике в школе [Электронный ресурс] : учебное пособие / М.В. Егупова. — М. : АСМС, 2014. — 239 с.

6. Капкаева, Л. С. Интеграция алгебраического и геометрического методов в среднем математическом образовании: Монография / Л. С. Капкаева. — Мордов. гос. пед. ин-т. — Саранск, 2004. — 287 с.

7. Максимова, О. Д. История математики : учебник для вузов / О. Д. Максимова, Д. М. Смирнов. — 2-е изд., стер. — Москва : Издательство Юрайт, 2025. — 341 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-19554-5. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/564811> (дата обращения: 11.12.2025).

8. Саранцев, Г. И. Как сделать обучение математике интересным: кн. для учителя / Г. И. Саранцев. — М. : Просвещение, 2011. — 160 с.

9. Саранцев, Г. И. Обучение математическим доказательствам и опровержениям в школе [текст] / Г. И. Саранцев. — М. : Владос, 2005. — 183с.

10. Саранцев, Г. И. Упражнения в обучении математике / Г. И. Саранцев. — М. : Просвещение, 2005. — 255с.

11. Современные образовательные технологии : учебник для вузов / Е. Н. Ашанина [и др.]; под редакцией Е. Н. Ашаниной, О. В. Васиной, С. П. Ежова. — 2-е изд., перераб. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2025. — 165 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-06194-9. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/563616> (дата обращения: 11.12.2025).

Электронно-образовательные ресурсы

1. <http://www.mpgu.edu/about/biblioteka/> (Библиотека Московского педагогического государственного университета);
2. www.ug.ru (Официальный сайт учительской газеты);
3. <http://www.eidos.ru/journal/2005/0910-26.htm> (Интернет-журнал «Эйдос». Инновации в образовании).

4. http://www.edu.ru/index.php?page_id=242 (Федеральный портал Российское образование).
5. http://www.edu.ru/index.php?page_id=6 (Каталог образовательных интернет-ресурсов).
6. <http://elibrary.ru/defaultx.asp> (Научная электронная библиотека eLIBRARY.RU).
7. <http://www.portalus.ru/> (Научная онлайн-библиотека Порталус).
8. <http://studentam.net/content/category/1/2/5/> (Электронная библиотека учебников).
9. <http://www.mathnet.ru/> (Общероссийский математический портал. Math-Net.Ru)
10. <http://exponenta.ru>. (Образовательный математический сайт EXPonenta.ru)
12. URL : www.ug.ru (Официальный сайт учительской газеты);
13. <http://www.tspu.ru/student> (Инновации в образовании: понятие, сущность, характеристика и классификация)

Примерные вопросы
вступительного испытания в аспирантуру по научной специальности
5.8.2 Теория и методика обучения и воспитания (математика)

1. Вопросы по математике

1. Опишите поле комплексных чисел. Приведите алгебраическую и тригонометрическую формы записи комплексного числа и правила действий над комплексными числами.
2. Введите понятие многочлена от одной переменной над полем. Сформулируйте теорему о делении с остатком и теорему Безу. Объясните НОД многочленов и алгоритм Евклида.
3. Введите понятие векторного пространства. Приведите примеры и свойства векторных пространств. Опишите подпространства и фактор пространства. Объясните изоморфизм векторных пространств.
4. Введите понятие системы линейных уравнений. Опишите равносильные системы и элементарные преобразования. Объясните решение системы линейных уравнений методом последовательного исключения переменных.
5. Введите понятие определителя квадратной матрицы. Опишите свойства определителей. Объясните правило Крамера для решения системы n -линейных уравнений с m переменными.
6. Опишите простые числа. Объясните бесконечность множества простых чисел. Сформулируйте основную теорему арифметики.
7. Опишите действительные числа и их свойства. Объясните построение модели действительных чисел.

8. Опишите различные пути аксиоматического построения евклидовой геометрии. Объясните непротиворечивость, независимость и полноту системы аксиом. Опишите систему аксиом плоскости Лобачевского.

9. Опишите векторное пространство, линейно-зависимые и линейно-независимые совокупности векторов, базис векторного пространства. Объясните действия с векторами: сложение, вычитание, скалярное произведение.

10. Раскройте сущность метода координат. Опишите уравнение прямой на плоскости, взаимное расположение прямых на плоскости, расстояние от точки до прямой, угол между двумя прямыми. Объясните вычисление площади треугольника и объема тетраэдра координатным методом.

11. Опишите понятие многогранника, виды многогранников. Введите понятие выпуклого многогранника. Сформулируйте теорему Эйлера для многогранников.

12. Сформулируйте определение предела числовой последовательности и его свойства. Опишите последовательность Коши, сформулируйте критерий Коши сходимости последовательности. Объясните поведение монотонных и ограниченных числовых последовательностей.

13. Опишите основные элементарные функции: степенную, показательную, логарифмическую, тригонометрические и обратные тригонометрические, их свойства и графики.

14. Сформулируйте определение предела функции в точке и свойства пределов. Опишите бесконечно малые и бесконечно большие функции, их свойства. Приведите замечательные пределы и объясните их применение.

15. Сформулируйте определение непрерывности функции в точке. Введите понятие точки разрыва и приведите классификацию точек разрыва. Объясните свойства функций, непрерывных на отрезке.

16. Сформулируйте определение производной и дифференциала функции в точке. Опишите геометрический и физический смыслы производной и дифференциала. Сформулируйте необходимое и достаточное условие дифференцируемости функции в точке и правила дифференцирования.

17. Опишите производные высших порядков. Сформулируйте теоремы Ферма, Ролля, Лагранжа, Коши. Объясните правило Лопиталья раскрытия неопределенностей при вычислении пределов функций.

18. Сформулируйте признак монотонности функции и объясните его геометрический смысл. Опишите понятие локального экстремума (максимума и минимума) функции. Сформулируйте необходимое условие экстремума функции в точке.

19. Сформулируйте достаточные условия экстремума функции в точке. Объясните схему исследования функции на экстремум с помощью производной. Опишите процесс нахождения наибольшего и наименьшего значений функции на отрезке и на интервале.

20. Опишите процесс применения производной к решению текстовых задач на нахождение наибольшего и наименьшего значений. Понятие практико-ориентированной задачи, роль практико-ориентированных задач в обучении

математике.

21. Опишите понятия выпуклости и точки перегиба графика функции. Сформулируйте необходимые и достаточные условия выпуклости вверх (вниз) графика дифференцируемой функции. Объясните необходимое условие перегиба, достаточные условия перегиба.

22. Опишите понятия первообразной и неопределенного интеграла. Охарактеризуйте основные методы интегрирования. Опишите введение понятия определенного интеграла и сформулируйте его свойства. Приведите формулу Ньютона-Лейбница.

23. Опишите приложения определенного интеграла к решению задач на вычисление площадей фигур и объемов тел.

24. Введите понятие числового ряда и его сходимости. Сформулируйте необходимое условие сходимости числового ряда и признаки сходимости рядов с неотрицательными членами. Опишите абсолютно и условно сходящиеся ряды, схему применения признака Лейбница.

25. Сформулируйте определение частных производных и дифференциала. Опишите правила нахождения частных производных и дифференциала. Объясните схему исследования функции двух переменных на локальный экстремум.

2. Вопросы по методике обучения математике

1. Опишите становление и развитие методики обучения математике как научной области: этапы развития методики обучения математике; объект и предмет методики обучения математике.

2. Опишите методическую систему «Обучение математике» и её компоненты, связь методики обучения математике с другими научными областями.

3. Сформулируйте цели и раскройте содержание обучения математике в средней школе. Опишите функции обучения математике. Раскройте содержание математического образования.

4. Опишите системно-деятельностный подход как основу концепции ФГОС общего образования, его сущность, дидактические принципы.

5. Опишите особенности деятельностного подхода в обучении математике. Приведите примеры его реализации.

6. Раскройте методику формирования математических понятий. Объясните, что такое содержание и объем понятия. Опишите виды определений понятий. Приведите примеры.

7. Опишите методику изучения теорем, виды теорем. Раскройте сущность методики обучения доказательству теорем.

8. Раскройте содержание функциональной линии в школьном курсе алгебры. Опишите методическую схему изучения функций в курсе алгебры основной школы (на примере конкретного вида функции).

9. Опишите методы обучения математике: понятие метода обучения, классификацию методов обучения, дидактические системы обучения,

технологии обучения.

10. Опишите контроль знаний и умений учащихся при обучении математике: типы, цели, функции контроля, требования к контролю и его компоненты, виды, формы и средства контроля.

11. Опишите урок математики, его структуру, основные требования к современному уроку, типы уроков, нестандартные уроки математики, организацию самостоятельной работы учащихся на уроке. Раскройте сущность деятельностного подхода в обучении математике.

12. Раскройте содержание линии уравнений и неравенств в школьном курсе математики. Опишите методику решения задач на составление уравнений.

13. Раскройте роль задач в обучении математике. Опишите понятие задачи, классификацию задач, методику обучения решению математических задач. Объясните интеграцию алгебраического и геометрического методов в решении задач.

14. Опишите методику введения понятия производной в школьном курсе алгебры и начал математического анализа. Раскройте методику применения производной к исследованию функций.

15. Опишите методику формирования понятия интеграла в школьном курсе алгебры и начал математического анализа. Раскройте методику изучения приложений определенного интеграла.

16. Опишите методику обучения геометрии в основной школе: цели, содержание, структуру курса, различные подходы к построению школьного курса геометрии, методику проведения первых уроков.

17. Опишите методику изучения фигур на плоскости: формирование понятия многоугольника, методику изучения частных видов многоугольников. Сформулируйте определения понятий «окружность» и «круг».

18. Раскройте сущность координатного метода. Опишите этапы формирования координатного метода решения задач в школьном курсе математики.

19. Раскройте сущность векторного метода. Опишите этапы формирования векторного метода решения задач в школьном курсе математики.

20. Опишите методику проведения первых уроков стереометрии: основные понятия стереометрии и их свойства, изучение аксиом, первых теорем, роль наглядности в формировании понятий.

21. Опишите методику изучения параллельности в пространстве: определения и признаки параллельности прямых и плоскостей. Охарактеризуйте систему задач по данной теме.

22. Раскройте сущность индивидуализации и дифференциации в обучении математике. Опишите организацию внеклассной работы по математике, воспитание средствами математики.

23. Опишите роль методов научного познания (абстрагирования, обобщения, конкретизации, сравнения и аналогии, индукции и дедукции), эвристических приемов в обучении математике, приведите примеры их

применения в обучении математике.

24. Опишите методику изучения элементов комбинаторики, теории вероятностей и математической статистики в школе.

25. Опишите различные подходы к изучению тригонометрических функций в средней школе. Значение тригонометрических функций в математике и её приложениях.

Требования к реферату

Реферат по теории и методике обучения и воспитания (математика) должен показать исследовательский потенциал абитуриента, его подготовленность к выполнению научно-исследовательской программы аспирантуры.

Структура реферата включает в себя: титульный лист, содержание, введение, основную часть, заключение, список использованных источников.

Титульный лист должен содержать название вуза, кафедры, темы работы, фамилию и инициалы автора, название города, в котором находится вуз, год написания.

В *содержании* указываются основные разделы реферата (главы), а в необходимых случаях и подразделы (параграфы). Все пункты плана сопровождаются указанием на соответствующие страницы работы.

Во *введении* дается краткая характеристика изучаемой проблемы, обосновывается ее актуальность, указываются цель и задачи реферативного исследования.

В *основной части* раскрывается суть проблемы, анализируются различные точки зрения на нее, высказывается собственная позиция автора реферата. Важно, чтобы весь материал был нацелен на раскрытие главных задач. Каждый раздел основной части должен открываться определенной задачей и заканчиваться краткими выводами.

Реферат должен содержать краткий обзор литературы (состояние вопроса) по предмету исследования, формулировку и обоснование проблемы: ее актуальность, фундаментальные и прикладные аспекты, степень разработанности.

В *заключении* подводятся итоги по всей работе, делаются обобщения и выводы по проведенному исследованию, отмечается то новое, что получено в результате работы над данной темой. Заключение по объему не должно превышать введение.

Список использованных источников включает только ту литературу, которая была использована в работе над темой.

Список использованной литературы оформляется в соответствии с требованиями ГОСТа Р 7.0.100–2018.

В текст реферата могут быть включены схемы, таблицы, рисунки, приложения.

Объем и технические требования, предъявляемые к выполнению реферата

Текст реферата набирается в текстовом редакторе Microsoft Word, рекомендуется использовать шрифт Time New Roman, размер шрифта – 14 пт. Поля страницы: левое – 3 см, правое – 1,5 см, верхнее – 2 см, нижнее – 2 см. Текст печатается через 1,5 интервала. Абзац – 1,25 см.

Каждая структурная часть реферата (введение, главная часть, заключение и т. д.) начинается с новой страницы. Расстояние между главой и следующей за ней текстом, а также между главой и параграфом составляет 1 интервал.

После заголовка, располагаемого посередине строки, не ставится точка. Не допускается подчеркивание заголовка и переносы в словах заголовка. Страницы реферата нумеруются в нарастающем порядке. Номера страниц ставятся внизу в середине листа.

Титульный лист реферата включается в общую нумерацию, но номер страницы на нем не проставляется.

Общий объем реферата не должен превышать 20-25 страниц.

Шкала оценивания собеседования по специальной дисциплине

Экзамен по специальной дисциплине оценивается по 5-балльной шкале

Количество баллов	Критерии оценивания
5	<p>Дан полный развернутый ответ на два вопроса из различных тематических разделов:</p> <ul style="list-style-type: none"> - грамотно использована научная терминология; - правильно названы и определены все необходимые для обоснования признаки, элементы, основания, классификации; - указаны основные точки зрения, принятые в научной литературе по рассматриваемому вопросу; - аргументирована собственная позиция или точка зрения, обозначены наиболее значимые в данной области научно-исследовательские проблемы.
4	<p>Дан правильный ответ на два вопроса из различных тематических разделов:</p> <ul style="list-style-type: none"> - применяется научная терминология; - названы все необходимые для обоснования признаки, элементы, классификации, но при этом допущена ошибка или неточность в определениях, понятиях; - имеются недостатки в аргументации, допущены фактические или терминологические неточности, которые не носят существенного характера; - высказано представление о возможных научно-исследовательских проблемах в данной области.
3	<p>Дан правильный ответ хотя бы на один вопрос из предложенного тематического раздела:</p> <ul style="list-style-type: none"> - названы и определены лишь некоторые основания, признаки, характеристики рассматриваемого явления,

	<ul style="list-style-type: none"> - допущены существенные терминологические неточности; - собственная точка зрения не представлена; - не высказано представление о возможных научно-исследовательских проблемах в данной области. <p>Дан неверный ответ на предложенные вопросы из тематических разделов, отмечается отсутствие знания терминологии, научных оснований, признаков, характеристик явления, не представлена собственная точка зрения по данному вопросу.</p>
2	Дан ответ с тремя и более грубыми ошибками, много неточностей, знания несистематические. Отсутствие правильной формулировки ответа на вопрос.
1	Отсутствие правильной формулировки ответа на вопрос. Нет понимания предмета.

Шкала оценивания собеседования на основе реферата
Реферат оценивается по 5-балльной шкале

Количество баллов	Критерии оценивания
5	Содержание соответствует теме реферата, материал систематизирован и структурирован, основные понятия проблемы раскрыты полностью и глубоко; в постановке проблемы присутствует новизна; в формулировании нового аспекта выбранной для анализа проблемы продемонстрировано умение обобщать, аргументировать основные положения и выводы; присутствие основных «классических» литературных источников по проблеме; правильно оформлены ссылки на используемую литературу; продемонстрирована грамотность и культура изложения, культура оформления.
4	Содержание соответствует теме реферата, материал систематизирован и структурирован, основные понятия проблемы раскрыты; в постановке проблемы присутствует новизна; присутствие основных «классических» литературных источников по проблеме; правильно оформлены ссылки на используемую литературу; продемонстрирована грамотность и культура изложения, культура оформления.
3	Содержание соответствует теме реферата, но основные понятия проблемы не раскрыты; в формулировании нового аспекта выбранной для анализа проблемы не продемонстрировано умение обобщать, небрежно оформлены ссылки на используемую литературу; отсутствует культура оформления.

2	Содержание не соответствует теме реферата, материал систематизирован и структурирован с недочетами, основные понятия проблемы раскрыты не полностью; в постановке проблемы отсутствует самостоятельность; присутствие основных «классических» литературных источников по проблеме; правильно оформлены ссылки на используемую литературу; продемонстрирована культура оформления.
1	Содержание не соответствует теме реферата, материал не систематизирован и не структурирован, основные понятия проблемы не раскрыты; в постановке проблемы нет самостоятельности; в формулировании нового аспекта выбранной для анализа проблемы не продемонстрировано умение обобщать, сопоставлять различные точки зрения по рассматриваемому вопросу, аргументировать основные положения и выводы; неправильно оформлены ссылки на используемую литературу; продемонстрировано отсутствие грамотности и культуры изложения, культуры оформления.