



# **МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ШКОЛА онлайн**

## **УГЛУБЛЕННОЕ ИЗУЧЕНИЕ МАТЕМАТИКИ 10 КЛАСС**



- Заполните анкету слушателя, перейдя по ссылке

<https://yadi.sk/i/3iGbCa9wjdJs0w>

- Выполните задания 1  
(<https://yadi.sk/i/VD3CKn7DFk2PHw>)





- СВОЙСТВА ФУНКЦИЙ
- ЗАЧЕМ ИХ ИЗУЧАТЬ?



- **КАКИЕ ФУНКЦИИ ВЫ ИЗУЧИЛИ?**
  - **НАЗОВИТЕ ИХ СВОЙСТВА**



- **ОБЛАСТЬ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ФУНКЦИИ**  
необходимо применять, прежде  
всего при решении уравнений и  
неравенств



Пример 1. **Решите уравнение:**

**Решение:** 
$$\sqrt{5-x} - \sqrt{7-x} + \sqrt{2x-15} = 2$$

Найдем ОДЗ уравнения:

$$\begin{cases} 5-x \geq 0, \\ 7-x \geq 0, \\ 2x-15 \geq 0; \end{cases} \quad \begin{cases} x \leq 5, \\ x \leq 7, \\ x \geq 7,5; \end{cases}$$

Система решений не имеет.

Поэтому и исходное уравнение не имеет корней.

**Ответ:** корней нет.



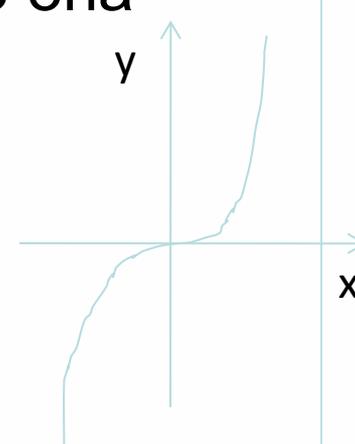
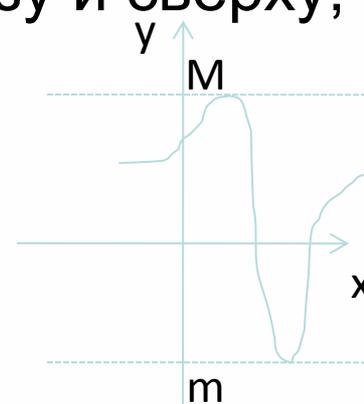
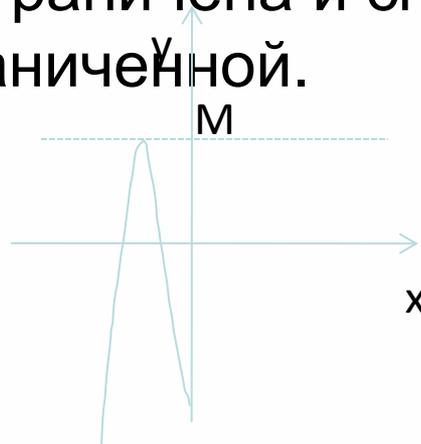
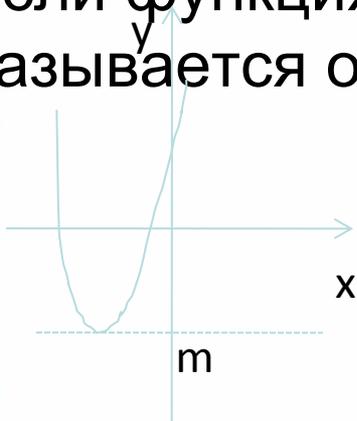
- **МНОЖЕСТВО ЗНАЧЕНИЙ ФУНКЦИЙ**

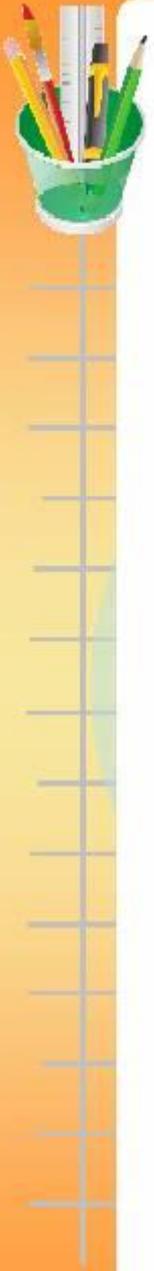
# Ограниченность функции

Функция называется **ограниченной снизу**, если все значения функции не меньше некоторого числа  $a$ , т.е.  $f(x) \geq a$ .

Функция называется **ограниченной сверху**, если все значения функции не больше некоторого числа  $A$ , т.е.  $f(x) \leq A$ .

Если функция ограничена и снизу и сверху, то она называется **ограниченной**.





# МОНОТОННОСТЬ



**Пример2 .** Решите уравнение  $x^3 + x = 10$

- Левая часть данного уравнения – функция, возрастающая на всей числовой прямой.
- 10 - const
- Следовательно, уравнение имеет не более одного корня.
- Подбором находим, что при  $x = 2$  левая часть данного уравнения равна правой.
- Ответ: 2



- **МЕТОД РАЦИОНАЛИЗАЦИИ**  
ОСНОВАН
- НА ИСПОЛЬЗОВАНИИ СВОЙСТВ  
ФУНКЦИЙ (МОНОТОННОСТИ)
- НА ЗНАНИИ О МЕТОДЕ ИНТЕРВАЛОВ



### Пример 3.

Решите неравенство  $\frac{\sqrt{x^2 - 1} - 2\sqrt{1 - x}}{\sqrt{x + 7} - 1} \leq 0$ .

Решение.

$$\frac{\sqrt{x^2 - 1} - 2\sqrt{1 - x}}{\sqrt{x + 7} - 1} \leq 0;$$

$$\frac{\sqrt{x^2 - 1} - \sqrt{4(1 - x)}}{\sqrt{x + 7} - \sqrt{1}} \leq 0,$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{(x^2 - 1) - 4(1 - x)}{(x + 7) - 1} \leq 0, \\ x^2 - 1 \geq 0, \\ 1 - x \geq 0, \\ x + 7 \geq 0; \end{array} \right. \Leftrightarrow \left\{ \begin{array}{l} \frac{x^2 + 4x - 5}{x + 6} \leq 0, \\ x^2 \geq 1, \\ -7 \leq x \leq 1; \end{array} \right. \Leftrightarrow \left\{ \begin{array}{l} \frac{(x + 5)(x - 1)}{x + 6} \leq 0, \\ \left[ \begin{array}{l} -7 \leq x \leq -1 \\ x = 1. \end{array} \right. \end{array} \right.$$

Ответ:  $[-7; -6) \cup [-5; -1] \cup \{1\}$ .

$$\sqrt{f} - \sqrt{g} \leq 0 \Leftrightarrow f - g \leq 0$$



# Задания для самостоятельной работы 1

1. Найдите области определения функций:

а)  $y = \frac{x+1}{x^2 - 5x + 6}$  ;

б)  $y = \sqrt{14 - 5x - x^2}$  ;

в)  $y = \frac{x-7}{\sqrt{x^2 - 9x + 20}}$  ;

г)  $y = \frac{\sqrt{15 + 2x - x^2}}{x}$  ;

д)  $y = \frac{x+9}{x^3 - 4x}$  ;

е)  $y = \sqrt{(x+1)(x^2 - 4x - 12)}$  ;

- <https://yadi.sk/i/jeAtAM5rIKwVZg> (Учебник)



- 2. Выясните какие нужно выполнить геометрические преобразования графика функции  $y = x^2$ , чтобы получить графики функций:
- а)  $y = x^2 + 2$ , б)  $y = (x + 2)^2$ , в)  $y = (2x)^2$ , г)  $y = -x^2$ .
- 3. Выясните как изменяются область определения и множество значений функций, их монотонность (см. задание 2)